భారత ప్రభుత్వం

మానవ వనరుల అభివృద్ధి మంత్రిత్వ శాఖ

నిష్ఠ

పాఠశాల ప్రధానోపాధ్యాయులు మరియు ఉపాధ్యాయుల సమగ్రాభివృద్ధి కై జాతీయస్థాయి కార్యక్రమం

గణిత బోధనాశాస్త్రం

(Pedagogy of Mathematics)

సమగ్రశిక్షా

ఆంధ్రప్రదేశ్ ప్రభుత్వం

2020

గణిత బోధనాశాస్త్రం

(Pedagogy of Mathematics)

అవలోకనం

పాఠశాల విద్యలో గణితం ప్రముఖ స్థానాన్ని కలిగియుంది. ఎలిమెంటరీస్థాయిలో గణితం తప్పనిసరి విషయం. చాలామంది అభిప్రాయం ప్రకారం గణితం పిల్లల్లో భయం, బెరుకు, ఒత్తిడిని కలుగుచేస్తుంది. గణిత తరగతి గది పరిశీలనలు ఉపాధ్యాయుని బోధనా విధానమే ఈ ఒత్తిడికి కారణమని సూచిస్తున్నాయి. ఈ విషయాన్ని దృష్టిలో ఉంచుకుని ప్రధానంగా ప్రాథమిక, ప్రాథమికోన్నత విద్యార్థులలో గణిత నైపుణ్యాలు, సామర్థ్యాలను అభివృద్ధి చేయడం, స్నేహపూరిత బోధన, మూల్యాంకన విధానాల పట్ల ఉపాధ్యాయులకు అవగాహన కల్పించటంతో బాటు విభిన్న సామర్థ్యాలు కలిగిన విద్యార్థులందరూ ఎటువంటి ఒత్తిడి లేని స్వేచ్ఛాపూరిత తరగతి గది వాతావరణంలో అభ్యసించడానికి అవసరమైన విధానాలను కూడా ఈ కరదీపిక చర్చిస్తుంది.

అభ్యసన లక్ష్యాలు

ఈ కరదీపికను అధ్యయనం చేసిన తర్వాత ఉపాధ్యాయులు

- విద్యార్థులను అభ్యసనంలో నిమగ్నం చేయటానికి తగిన బోధనా వ్యూహాలు, మరియు మూల్యాంకన పద్ధతుల గురించి తెలుసుకుంటారు.
- రాష్ట్ర ప్రభుత్వం నిర్దేశించిన పాఠ్యప్రణాళికలో పేర్కొన్న అభ్యసన ఫలితాలకు అనుగుణంగా విద్యార్థుల సామర్థ్యాలు, నైపుణ్యాలను అంచనా వేయడం.
- విద్యార్థులు తరగతిస్థాయిలో ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను సాధించడానికి అనుగుణమైన బోధనభ్యసన ప్రక్రియ, వ్యూహాలను అమలుచేయగలుగుతారు.
- విద్యార్థులందరి అభ్యసన పురోగతిని నిరంతరం మూల్యాంకనం చేసేందుకు తగిన బోధనా ప్రక్రియలు, వ్యూహాలను, మూల్యాంకన ప్రక్రియలతో అనుసంధానం చేయగలుగుతారు.

గణిత స్వభావం – అవగాహన

గణితం మనకు ఆలోచనలను పరిమాణాత్మకం చేయుటకు, కచ్చితంగానూ మరియు దైనందిన వ్యవహారాలలో ప్రాదేశిక భావనను ఉపయోగించుకొనుటకు సహాయపడుతుంది. ప్రపంచ వ్యాప్తంగా గణితం సామాన్యశాస్త్రం,ఇంజనీరింగ్, వైద్యం, సాంఘికశాస్త్రం మొదలైన అనేక రంగాల్లో ముఖ్యసాధనంగా ఉపయోగ పడుతుంది. దైనందిన వ్యవహారాల్లో సహాయకారిగా ఉండటంతో పాటు తార్కిక హేతువాదాన్ని, అమూర్త ఆలోచనలను మరియు ఊహాత్మకశక్తిని పెంపొందిస్తుంది. ఈ కారణాలన్నిటి దృష్ట్యా విద్యా ప్రణాళికలో గణితశాస్త్రం ముఖ్యమైన స్థానాన్ని సంపాదించుకోవటంతో పాటు పదోతరగతి వరకు తప్పనిసరి విషయంగా నిర్ణయించబడింది.

పాఠశాల గణిత విద్య – సమస్యలు

- రెండు సహజ సంఖ్యల్ని హెచ్చువేసినప్పుడు వచ్చే ఫలితం ఆ రెండు సంఖ్యల కన్నా ఎక్కువగా ఉంటోంది. కానీ, రెండు భిన్నాల్ని హెచ్చువేసినప్పుడు వచ్చే ఫలితం మాత్రం ఆ రెండు భిన్నాల కన్నా తక్కువగా ఉంటోంది. ఎందుకిలా జరుగుతోంది? కారణం అర్థం కావటం లేదు. – ఇది ఓ విద్యార్థి ఆవేదన.
- పాఠశాల స్థాయిలో చాలామంది విద్యార్థుల్లో గణితం అనగానే ఓ విధమైన భయం కలుగుతుంది. ఈ కారణంగా గణిత సమస్యల సాధనలో వారు చాలాసార్లు సరైన ఫలితాల్ని సాధించలేకపోతారు. ఫలితంగా నిరాశకు గురవుతారు. గణితం పట్ల అసక్తి కోల్పోయి, అంతిమంగా గణిత అభ్యసనను ప్రారంభస్థాయిలోనే వదిలేస్తారు.
- గణిత విద్యాప్రణాళిక నిరుత్సాహంగా ఉండి ప్రారంభంలోనే అత్యధికశాతం విద్యార్థులు గణిత అభ్యసనాన్ని వదిలివేసే పరిస్థితితో పాటు ప్రతిభావంతులకు తగిన సవాళ్ళను కూడా అందించడం లేదు.
- మన గణిత విద్యాప్రణాళికలో ఉండే సమస్యలు, అభ్యాసాలు, మూల్యాంకన విధానాలు మొదలైనవన్నీ గణనలకు మాత్రమే పరిమితమవుతూ పూర్తిగా యాంత్రికంగా సాగుతున్నాయి. ప్రతిచోటా ఈ విధానాలే పునరావృతమవుతున్నాయి. ప్రాదేశిక ఆలోచన వంటి గణిత భావనలకు మన గణిత విద్యాప్రణాళికలో తగినస్థానం కల్పించబడటం లేదు.
- ఉపాధ్యాయుల్లో ఆత్మవిశ్వాసం, సాధన లోపం స్పష్టంగా కనిపిస్తున్నాయి. వారికి తగిన ప్రోత్సాహం కూడా లభించటం లేదు.

(జాతీయ విద్యాప్రణాళికా చట్రం, 2005)

పూర్వప్రాథమికదశ విద్యార్థుల్లో సంఖ్యానైపుణ్యాలను అభివృద్ధిచేయటం

- పూర్వసంఖ్యానైపుణ్యాలైన విభజన, వర్గీకరణ, క్రమ అమరిక, అన్వేక (one-to-one correspon-dences) సంబంధాన్ని ఏర్పరచటం మొదలైనవన్నీ ప్రాథమికదశ విద్యార్థుల్లో సంఖ్యానైపుణ్యాలు, సామర్థ్యాలను అభివృద్ధిచేసేందుకు పునాదిగా నిలుస్తాయి.
- ఇచ్చిన వస్తువుల్ని లెక్కించటం అనే నైపుణ్యాన్ని సాధించటానికి ముందుగానే ఈ దశ విద్యార్థులు పూర్వ సంఖ్యానైపుణ్యాల్లో ప్రావీణ్యత సాధించాల్సి ఉంటుంది. ఇందుకు సరిపడినంత సమయాన్ని, అవకాశాన్ని కూడా వారికి ఇవ్వాలి. వస్తువుల్ని వర్గీకరించటం, ఇచ్చిన వస్తువుల్ని సరైనక్రమంలో విభిన్నరకాలుగా అమర్చటం, ఇచ్చిన వస్తువులకు సంఖ్యలకు అన్వేక సంబంధాన్ని ఏర్పరచటం మొదలైన సామర్థ్యాల్ని పెంచేందుకు అవసరమైన ప్రయోగకృత్యాల్ని కూడా వారికి ఇవ్వాలి. ఇవన్నీ 'లెక్కించటం' అనే నైపుణ్యాన్ని విద్యార్థుల్లో

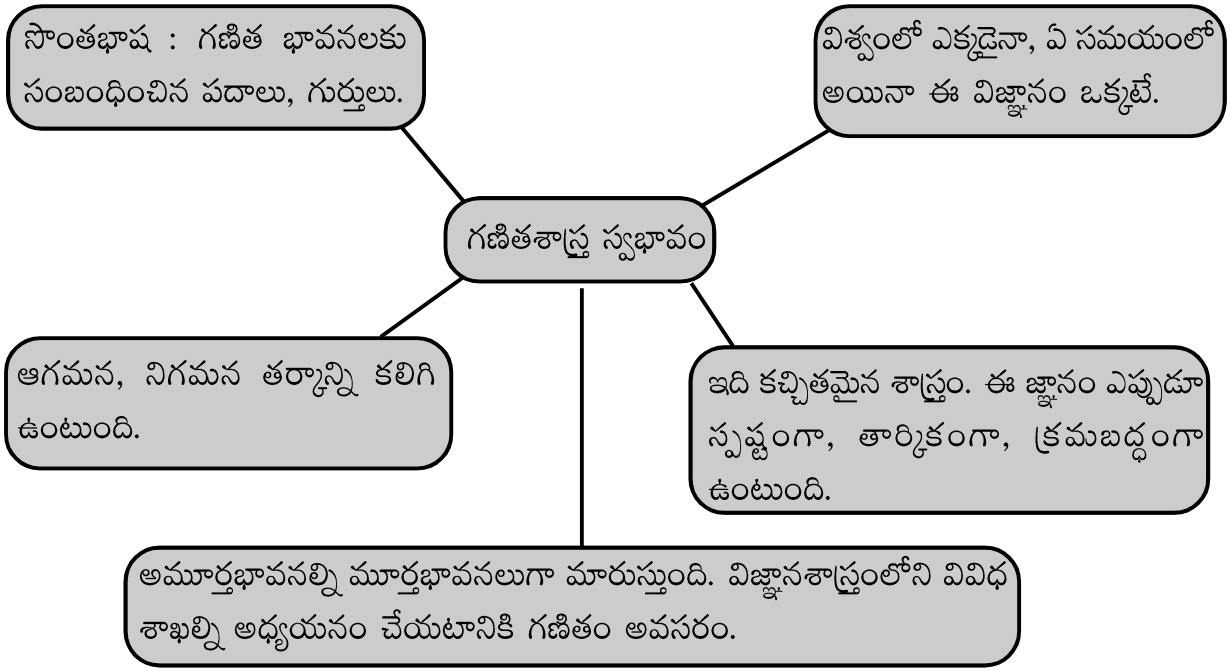
పెంపొందింపజేయటానికి పునాదిగా నిలుస్తాయి. అందువల్ల పైన పేర్కొన్న అంశాల్లో పాల్గొనేలా విద్యార్థులకు వీలైనంత ఎక్కువ అవశాశం ఇవ్వాలి.

- పూర్వపాఠశాలదశలో విద్యార్థుల్లో పూర్వ గణిత నైపుణ్యాలు సాధించేందుకు ఉపాధ్యాయులు తగిన సహకారం అందించాలి. ఇందుకోసం వారికి –
- సంఖ్యాభావన (అంకెలు, సంఖ్యల్ని కచ్చితంగా లెక్కించటం, ముందు వెనుకలకు లెక్కించటం, ప్రాథమిక ప్రక్రియల ద్వారా సంఖ్యల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తుపట్టటం మొ॥నవి).
- ప్రాతినిధ్యపరచటం (పదాలు, చిత్రాలు, గుర్తులు, విభిన్నరకాల వస్తువులు మొదలైన వాటిని ఉపయోగించి వస్తువులు, సంఖ్యలకు మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరచటం మొ॥నవి).
- ప్రాదేశిక భావనలు (ఆకారం, పరిమాణం, స్థలం, స్థితి, స్థానం, దిశ, చలనం తదితర భావనలు), కొలతలు (పొడవు, ఎత్తు, బరువు, కాలం వంటి వాటిని ముందు అప్రామాణిక లేదా వారు సొంతంగా ఉపయోగించే పద్ధతులలో కొలవటం తర్వాత ప్రామాణిక కొలతలను ఉపయోగించి కొలవటం).
- అంచనావేయటం (పరిమాణం, ఆకారం గురించి కచ్చితంగా ఊహించటం, గుర్తించటం మొ॥నవి).
- అమరికలు (అంకెలు, ఆకారాలు, ప్రతిబింబాలను తార్కికపద్ధతిలో అమర్చటం మొ॥నవి).
- సమస్యలను సాధించటం (ఇచ్చిన సమస్యను ఒకటి కంటే ఎక్కువ విధానాల్లో సాధించటం మొ॥నవి) తదితర అంశాల్లో వారికి తగిన శిక్షణ ఇవ్వాలి. అభ్యసనకు తగిన సహకారం అందించాలి.
- పైన పేర్కొన్న సామర్థ్యాలన్నిటినీ విద్యార్థుల్లో అభివృద్ధిచేయటానికి ఉపాధ్యాయులు ప్రత్యేక శ్రద్ధ తీసుకోవాలి. ఇందుకోసం తరగతిలో నూతన కృత్యాలు ఇవ్వటం లేదా కృత్రిమ పరిస్థితుల్ని ఏర్పాటుచెయ్యటం కన్నా విద్యార్థులు వారి ఇంట్లో పొందే అనుభవాల్నే గణిత సామర్థ్యాలు, నైపుణ్యాల అభివృద్ధికి ఉపయోగిస్తే చక్కటి ఫలితం ఉంటుంది. ఉదాహరణకు వర్గీకరించటం అనే సామర్థ్యాన్ని విద్యార్థుల్లో పెంపొందించటానికి తరగతిగదిలో కొత్త వస్తువులు అందుబాటులో ఉంచటం, వివిధ రకాల పదార్థాల్ని తరగతిలోకి తీసుకురావటం వంటి చర్యల కన్నా విద్యార్థులకు తెలిసిన అంశాలనే ఉపయోగించవచ్చు. వారి ఇంట్లో ఉండే వ్యక్తులు, వస్తువులు, పదార్థాలు మొదలైనవాటిని గుర్తుచేసి, వాటి ద్వారా వివిధ రకాల వర్గీకరణ చేయించాలి. ముందుగా వారికి పరిచయమైన రంగుల ఆధారంగా వర్గీకరణ చేయించాలి. ఆ తర్వాత ఆకారం, పరిమాణం మొదలైన గుణాల ఆధారంగా వర్గీకరణ చేయించాలి. క్రమంగా కఠినస్థాయిని పెంచుతూ వివిధరకాల సంక్లిష్ట నియమాలు ఇచ్చి, వర్గీకరణ చేయించాలి. దీనివల్ల వారికి బాగా పరిచయం ఉన్న వస్తువులు / పదార్థాలను వర్గీకరించే నైపుణ్యం వారికి ఏర్పడుతుంది. కొత్తవస్తువుల పట్ల ఉండే బెరకుదనం కలగకుండా ఉంటుంది.

ఈ మొత్తం చర్చ ద్వారా 'పాఠశాల స్థాయిలో గణితవిద్య యొక్క ప్రధాన లక్ష్యం ఏమిటి? అనే ప్రశ్న మనలో రేకెత్తుతుంది. విద్యార్థుల్లో సంఖ్యాశాస్త్ర సంబంధమైన నైపుణ్యాలను పెంపొందింపజేసి, వారిని ఉద్యోగానికి తగిన వయోజనులుగా తీర్చిదిద్దాలని మనం కోరుకుంటున్నామా? లేదా దీర్ఘకాలంలో సామాజికపరంగా, ఆర్థికపరంగా సమాజాన్ని అభివృద్ధిపథంలో నడిపే ఆలోచనాపరుల్ని తయారు చేయాలనుకుంటున్నామా? అనే ప్రశ్నలు ఉత్పన్నమవుతాయి. సమాజానికి అవసరమైన పౌరుల్ని తయారుచేయాలనే లక్ష్యాన్ని సాధించటం కోసం పాఠశాల స్థాయి విద్యలో గణితానికి అత్యంత ప్రాధాన్యత ఇవ్వబడింది.

విద్యార్థులు గణితం గురించి ఆలోచించేలా చేసే వివిధ ప్రక్రియలతో పాటు విద్యార్థుల ఆలోచనా ప్రక్రియల్ని గణితీకరణం చేసే వివిధ పద్ధతులు, ప్రక్రియల గురించి కూడా ఈ కరదీపికలో ప్రధానంగా చర్చించటం జరుగుతుంది. గణితం అంటే ఏమిటో అర్థం తెలుసుకునే ప్రయత్నం ద్వారా మన కార్యాచరణ ప్రణాళికను ప్రారంభిద్దాం.

గణితాన్ని ఇంగ్లీషులో మ్యాథమెటిక్స్ అంటారు. మ్యాథమెటిక్స్ అనే పదం 'మాథెమా' అనే గ్రీకు పదం నుంచి ఏర్పడింది. 'మాథెమా' అంటే విజ్ఞానశాస్త్రం అని అర్థం. ఆక్స్‌ఫర్డ్ నిఘంటువు గణితశాస్త్రాన్ని **'అంతరాళాలు, సంఖ్యలు మరియు పరిమాణాల శాస్త్రం'** అని నిర్వచించింది. ప్రాథమికంగా ఆలోచన చేస్తే గణితాన్ని కొలతలు, అమరికలు, నమూనాలు మరియు సౌష్ఠవాలకు సంబంధించిన శాస్త్రం లేదా విధానంగా చెప్పుకోవచ్చు. చర్చించాల్సిన భావనలకు సంబంధించిన నిర్వచనాలను రూపొందించటం, తర్కానికి ఆధారమైన భావనల స్పష్టమైన ప్రకటన కలిగిఉండటం ఈ విధానంలో ఉంటాయి. ఈ నిర్వచనాలు, భావనలను కచ్చితమైన తర్కానికి అన్వయించటం ద్వారా ముగింపు లేదా నిర్ధారణలు చేయటం జరుగుతుంది.



ప్రాథమికస్థాయిలో గణితం

సమాజం మొత్తంలో ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయుడి బాధ్యత ఎంతో కీలకంగా ఉంటుంది. ఈవిషయంలో సమాజ సభ్యులుగా మనమందరం ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయుడి సేవల్ని తప్పనిసరిగా గుర్తించి, ప్రశంసించాల్సి ఉంది. అదీ ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయుడి ఘనత.

ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయుడు అందరికన్నా ఎక్కువ భారాన్ని, బాధ్యతను మోస్తాడు. భవిష్యత్తులో విద్యార్థి ఏవిధంగా నేర్చుకుంటాడో, ఎలా నేర్చుకోగలుగుతాడో చెప్పగలిగిన ఒకే ఒక వ్యక్తి కూడా ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయుడే. వీటన్నిటి దృష్ట్యా ప్రాథమికస్థాయిలో పాఠాలు చెప్పటానికి విషయపరిజ్ఞానంతో పాటు నైపుణ్యాలు కూడా ఎంతో అవసరమవుతాయి. కాలక్రమంలో అనుభవం పెరుగుతున్న కొద్దీ ఈ నైపుణ్యాలు ఉపాధ్యాయుడికి ఏర్పడతాయి. తాను చేస్తున్న బోధన, ఇంకా మెరుగుపరుచుకోవాల్సిన విధానాలు, నైపుణ్యాల గురించి నిరంతరం ఆలోచించే ఉపాధ్యాయుడికి ఈ నైపుణ్యాలు స్వల్పకాల వ్యవధిలోనే కలుగుతాయి.

ప్రాథమికస్థాయిలో ఉపాధ్యాయుడి పరిస్థితి ఇలా ఉంటే, విద్యార్థి పరిస్థితి ఇందుకు భిన్నంగా సాగుతుంటుంది. తనకు బాగా పరిచయం ఉన్న మూర్తవస్తువుల చుట్టూ అతడి ఆలోచనలు తిరుగుతుంటాయి. కాబట్టి, పాఠశాలలో చేపట్టే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలన్నింటినీ విద్యార్థికి పరిచయమైన మూర్తవస్తువుల మీదనే కేంద్రీకృతమయ్యేలా చూడాలి. విభిన్న భావనలు, సామర్థ్యాలు, నైపుణ్యాలతో కూడిన ప్రాథమికదశలో గణిత బోధనా విధానం ఈ క్రింద పేర్కొన్న క్రమంలో సాగుతుంది.

పాఠశాల గణితం – దార్శనికత

- విద్యార్థులు ఏమాత్రం భయపడకుండా గణితాన్ని ఎలా ఆస్వాదించవచ్చో నేర్చుకుంటారు.
- సూత్రాలు, యాంత్రిక పద్ధతులకు మించిన గణితశాస్త్రం ఒకటి ఉందని విద్యార్థులు తెలుసుకుంటారు. దాన్ని నేర్చుకునేందుకు ప్రయత్నిస్తారు.
- మాట్లాడుకోవటానికి తగినఅంశంగా, భావప్రసారం చెయ్యటానికి మార్గంగా, తమలో తాము చర్చించుకోవటానికి అనువైనదిగా, కలిసి పనిచేయటానికి ఉపయుక్తమైనదిగా గణితాన్ని విద్యార్థులు భావిస్తారు.
- విద్యార్థులు అర్థవంతమైన సమస్యల్ని సంధించి, వాటిని పరిష్కరిస్తారు.
- వివిధ విషయాల మధ్య సంబంధాల్ని గ్రహించటానికి, నిర్మాణాలను పరిశీలించటానికి, తర్కించటానికి, విషయాలు తెలుసుకోవటానికి, ప్రవచనాల సత్యాసత్యాలను వాదించటానికి విద్యార్థులు అమూర్తభావనలను ఉపయోగిస్తారు.
- అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, త్రికోణమితి వంటి ప్రాథమిక గణితభావనలన్నిటినీ విద్యార్థులు అవగాహన చేసుకుంటారు. ఇవన్నీ విద్యార్థుల్లో అమూర్తీకరణకు సంబంధించిన బోధనా విధానాన్ని, సాధారణీకరణం చెయ్యటాన్ని అందిస్తాయి.

- తరగతిలోని ప్రతి విద్యార్థి గణితాన్ని అభ్యసనం చేస్తారన్న నమ్మకంతో ఉపాధ్యాయులు విద్యార్థులందరినీ గణితపరమైన ఆసక్తులలో నిమగ్నం చేస్తారు.

(జాతీయ విద్యాప్రణాళికా చట్రం, 2005)

అనుభవాలు

ఏదైనా కొత్త విషయాన్ని నేర్చుకోవటం ప్రారంభించే దశలో, ముఖ్యంగా ప్రాథమిక గణిత భావనల అభ్యసన విషయంలో మూర్త అనుభవాలను విద్యార్థులకు అందించటం చాలా కీలకమైన అంశంగా ఉంటుంది. బొమ్మలు తదితర అభ్యసన సామగ్రిని వారికి అందుబాటులో ఉంచటం ద్వారా వారికి అనుభవపూర్వకమైన అభ్యసన అలవాటు చేయవచ్చు. తరగతిగది లోపల, వెలుపల జరిగే అన్ని సంఘటనలు, కృత్యాలతో సమన్వయం కలిగిఉండేలా ఈ దశ విద్యార్థులకు అనుభవపూర్వకమైన అభ్యసన జరిపే అవకాశం ఇవ్వాలి. ఈ దశలో వారికి కలిగించే అనుభవాలు వారి దైనందిన జీవితంలో జరిగే సంఘటనలతో అనుసంధానం చేసుకునేవిగా ఉండాలి. ఉదాహరణకు విద్యార్థులకు అందుబాటులో రెండు సమూహాలుగా కొన్ని వస్తువులను ఉంచాలి. ఒక్కొక్క సమూహాన్ని విడిగా లెక్కింపజేసి, ఆ తర్వాత రెండు సమూహాల్ని కలిపి లెక్కింపజేయాలి. అయితే, ఇక్కడ రెండు సమూహాల్లో ఒకే విధమైన వస్తువులు ఉండేలా జాగ్రత్త తీసుకోవాలి. యాపిల్ లేదా మరేవైనా ఇతర పండ్లు వంటి ఆసక్తికరమైన వస్తువుల్ని ఈ దశలో పిల్లలకు అందుబాటులో ఉంచాలి. వాటిని రెండు సమూహాలుగా చేసి, తర్వాత వాటినికలిపి లెక్కింపజేయాలి. ఇలా కొన్నిసార్లు చేసిన తర్వాత విద్యార్థుల్లో తాము సంకలనం చేయగలమన్న ఆత్మవిశ్వాసం కలుగుతుంది. అప్పుడు వారే సొంతంగా కొన్ని సంకలన సమస్యలు తయారుచేసుకునేలా ప్రోత్సహించాలి.

ఇప్పుడు మరొక ప్రయత్నం చెయ్యాలి. 235+367=602 అయితే 234+369 ఎంత అవుతుందని ప్రశ్నించండి. సమాధానాన్ని వారు ఎలా కనుక్కుంటారో అడగండి.

తర్వాతి ప్రయత్నంలో సామాన్య లేదా ఉమ్మడి లక్షణం ఉన్న వస్తువుల్ని తీసుకుని రెండు సమూహాలు ఏర్పాటుచేయండి. ఉదాహరణకు తరగతిలో ఉన్న బాలురతో ఒక సమూహం, బాలికలంతా ఒక సమూహంగా తీసుకోండి. ఇప్పుడు రెండు సమూహాల్ని కలిపితే మొత్తం తరగతి ఏర్పడుతుందన్న భావన/ఆలోచన విద్యార్థుల్లో తీసుకురండి. ఇప్పుడు రెండు సమూహాల్లో విడివిడిగా ఉన్న సంఖ్య, రెండు సమూహాల్ని కలిపిన తర్వాత ఏర్పడే సంఖ్య వారితో చెప్పించండి. ఇలా విభిన్నవస్తువులతో వారితో సంకలన ప్రక్రియ చేయించండి. కొంత సాధన జరిగిన తర్వాత విద్యార్థులు సంకలనానికి సంబంధించి తమకంటూ ప్రత్యేకమైన సులభవిధానాలను తమకు తాముగా తయారుచేసుకుంటారు. ఇలాజరగటమంటే, సంకలన ప్రక్రియపట్ల వారికి పూర్తి అవగాహన ఏర్పడినట్లు అర్థం చేసుకోవాలి.

భాష

గణితానికి భాషకు చక్కటి సంబంధం ఉంటుంది. గణిత ప్రక్రియలు నేర్పించే ప్రాథమిక సందర్భంలో ఈ విషయం పట్ల మనకు అవగాహన తప్పనిసరిగా ఉండాలి. పిల్లలకు వారి అనుభవాలు, ఆలోచనలు, పరిశీలనలు మొదలైన వాటిని తరగతిలో స్వేచ్ఛగా ప్రకటించే అవకాశం కల్పించండి. ఇలాచేయటం వల్ల వారిలో భాషా నైపుణ్యాలు పెరుగుతాయి. చక్కటి పదసంపద వృద్ధి అవుతుంది. అందులోభాగంగానే ప్రశ్నలు తయారుచేయటం, నూతన పదజాలాన్ని అభివృద్ధి చేసుకోవటం, నూతన వస్తువులకు భాషా సంబంధమైన సంకేతపదాల్ని తయారుచేసుకోవటం వంటి ప్రయత్నాలు జరుగుతాయి. ఉదాహరణకు 'ఐదు నక్షత్రాలు ఉన్న ఒక సమూహం, మూడు నక్షత్రాలు ఉన్న మరొక సమూహంతో కలవటం వల్ల మొత్తం ఎనిమిది నక్షత్రాలు ఏర్పడ్డాయి' అని విద్యార్థి చెప్పటం ద్వారా సంకలన భావం వారిలో పెరుగుతుంది.

చిత్రాల ద్వారా వ్యక్తీకరణ

చిత్రాలు చూపించటం, వాటిని వ్యాఖ్యానించటం మొ॥ వాటిలో విద్యార్థుల్ని నిమగ్నం చెయ్యాలి. చిత్రాల్ని చూసి వ్యాఖ్యానించటం అలవాటైన తర్వాత వాటి నుంచి గణిత సమస్యల్ని అడిగి, సాధన చేయించాలి. ఉదాహరణకు –

"మరియు"

"కలుపగా"

ఈవిధంగా చిత్రాల ద్వారా గణిత సమస్యల్ని వ్యక్తీకరించటం అలవాటు చెయ్యాలి. తద్వారా విద్యార్థులకు గణితాత్మకమైన ఆలోచనల్ని చిత్రాల రూపంలో వ్యక్తీకరించే సామర్థ్యం ఏర్పడుతుంది. ఉన్నత తరగతుల్లో ఈ నైపుణ్యం వారికి ఎంతో తోడ్పడుతుంది.

సంకేతాలు

ప్రాథమిక సాధన తర్వాత చివరి దశలో విద్యార్థులకు గణిత సంకేతాలు పరిచయం చేసి, వాటి ద్వారా సమస్యా సాధన చేయించాలి. ఉదాహరణకు

5 + 3 = 8

ఈవిధంగా సమస్యను సాధింపజేసిన తర్వాత విద్యార్థుల్ని వారి పరిశీలనల్ని గణిత సంకేతాల రూపంలో వ్యక్తీకరించేలా ప్రోత్సహించాలి. సంకేతరూపంలో చెప్పిన వాక్యాన్ని వారిచేత వ్యాఖ్యానింపజేయాలి. గణిత సంకేతాలకు అర్థాన్ని చెప్పించాలి. క్రమంగా వారికి గణిత సమీకరణాలు, సమాసాల భావన కలిగేలా ప్రోత్సహించాలి.

విద్యార్థులు తమ ఆలోచనల్ని స్పష్టంగా, కచ్చితంగా వ్యక్తీకరించటానికి ఈవిధానం తోడ్పడుతుంది. దీనిద్వారా ఇతర నైపుణ్యాలైన పఠనం, లేఖనం, భావ వ్యక్తీకరణ, సమస్యా పరిష్కారం మొదలైనవన్నీ సమగ్రంగా అభివృద్ధి చెందే అవకాశం ఏర్పడుతుంది.

గణితంతో భాష మరియు పరిసరాల విజ్ఞానాల అనుసంధానం?

ఒకటి, రెండు తరగతుల్లో విద్యార్థులు ఒకటి లేదా రెండు భాషలు మరియు గణితాన్ని మాత్రమే అధ్యయనం చేస్తారు. పరిసరాలను అవగాహన చేసుకోవటం, ఉత్తమమైన భావప్రసారానికి భాషను సాధనంగా చేసుకోవటం, సమస్యల సాధనకు గణిత పదజాలం, ఆలోచనలను వినియోగించటం తదితర అంశాలు ఈ విషయాల్లో (భాషలు, గణితం) సమగ్రంగా పొందుపరచబడి ఉంటాయి. ప్రత్యేకంగా ప్రాథమికస్థాయిలో గణితాన్ని బోధించేటప్పుడు ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థుల సమగ్ర వికాసం మీద దృష్టి కేంద్రీకరించాలి. ఇందులో గణితం, భాషలు మరియు పరిసరాల విజ్ఞానానికి సంబంధించిన అభ్యసన ఫలితాలు ఉండేలా చూడాలి. వీటన్నిటిని విద్యార్థులకు బాగా పరిచయమైన పరిసరాలు, వాటి నుంచి తీసుకున్న ఉదాహరణల ద్వారా అభివృద్ధి చేయాలి. ఉదాహరణకు సంఖ్యల గురించి పాఠం బోధించే సమయంలో విద్యార్థుల పరిసరాల్లో ఏయే సందర్భాల్లో సంఖ్యల ప్రస్తావన వస్తుందో చర్చించాలి. వారు సంఖ్యలని ఏవిధంగా ఉపయోగిస్తారో చెప్పించాలి. అలాగే, దైనందిన జీవితంలో సంఖ్యా ప్రక్రియలను వినియోగించే తీరు, సంఖ్యలు మరియు సంకేతాలు లేకుండా దైనందిన సందర్భాల్లోని విభిన్న పరిస్థితులను ఎలా వివరిస్తారో చర్చించాలి. తరగతి గదుల్లో జరిపే ఈవిధమైన చర్చవల్ల గణిత పారిభాషిక పదజాలం మరియు సంకేతాలు ఏభాషలో అయినా బలమైన అంశంగా ఉంటాయని గ్రహిస్తారు. ఉదాహరణకు కొలతల గురించి బోధించే పాఠంలో భాగంగా దైనందిన వ్యవహారాల్లో కొలతలు ఉపయోగించే సందర్భాలను చెప్పించటం వల్ల భాషాపరమైన సమాచార ప్రసారానికి పటిష్టమైన పునాది ఏర్పడుతుంది.

పాఠ్యప్రణాళికలో భాగంగా జ్ఞానాన్ని వివిధ విషయాలుగా (సబ్జెక్ట్‌లుగా) వర్గీకరించటం జరిగింది. పరిసరాలతో జరిపే పరస్పరచర్యల్లో భాగంగా విద్యార్థుల్లో తలెత్తే అనేక ప్రశ్నలకు పాఠశాల విద్య సమాధానం ఇస్తుంది. విద్యార్థులు ఈవిధమైన జ్ఞానాన్ని అన్వేషించి ఆస్వాదించే అవకాశాన్ని పాఠ్యాంశ పరిధులు దాటి కల్పించాలి.

ప్రాథమికోన్నతస్థాయిలో గణితం

ప్రాథమికోన్నతస్థాయిలో గణితం అటు ఉపాధ్యాయులకు ఇటు విద్యార్థులకు ఒక పెద్ద సవాలు విసురుతుంది. పిల్లలు పొందే అనుభవం మరియు వారి పరిసరాల మధ్య ద్వంద్వపాత్రను పోషించాల్సి ఉంటుంది. గణితం అమూర్తత్వాన్ని కలిగిఉండటం అనేది ఇక్కడ ప్రధానభూమిక పోషిస్తుంది. విద్యార్థులు కేవలం ఆలోచనలతోనే పనిచేసే సామర్థ్యాన్ని కలిగిఉండరు. సందర్భం మరియు వాటితో అనుసంధానమైన అనుభవాల సహాయం వారికి అవసరమవుతాయి. ఈ దశ ఉపాధ్యాయులుగా మనకు ఒక సవాలు విసురుతుంది. సందర్భోచిత విషయాల మీద ఆధారపడటం నుంచి క్రమంగా దూరం చేయటం ఈ సవాలులో

ప్రధానమైన అంశంగా ఉంటుంది. విద్యార్థులు ఏదో ఒక సందర్భానికి పరిమితం కాకుండా వాటిని అనుగుణమైన సూత్రాలను గుర్తించే సామర్థ్యాన్ని పెంపొందించుకునేలా చేయాలి. మాధ్యమికదశలో క్రమంగా గణిత విషయాల్లో పురోగమిస్తున్న కొద్దీ విద్యార్థులకు ఈ సామర్థ్యం యొక్క ఆవశ్యకత మరీ పెరుగుతుంది. ఉదాహరణకు 5వ తరగతి వరకు విద్యార్థులు సంఖ్యల్ని దృశ్యరూపంలో భావన చేసి వాటితో లెక్కించటం (సహజసంఖ్యలు) నేర్చుకుంటారు. ఆరోతరగతికి వచ్చేసరికి ఋణసంఖ్యలు మరియు పూర్ణాంకాల అధ్యయన అవసరం ఏర్పడుతుంది. సంఖ్యల్లో ఉండే వివిధరకాలైన అమరికలను విద్యార్థులు పరిశీలించి సాధారణీకరిస్తారు.

ప్రాథమికోన్నతస్థాయిలో విద్యార్థులు అంకగణితం యొక్క సాధారణీకరణ రూపంగా బీజగణిత అభ్యసనాన్ని ప్రారంభిస్తారు. ఈ పరిజ్ఞానం అంతా సాధారణీకరణాలను సంక్షిప్తరూపంలో అక్షరాలు / సంకేతాలు ఉపయోగించి రాయటంలో సహాయపడుతుంది. సంఖ్యల అమరికలను పరిశీలన తర్వాత ఏర్పడిన సాధారణీకరణాలకు నిరూపణలు ఇవ్వటంలోనూ ఈ పరిజ్ఞానం ఉపయోగిస్తుంది. ఈదశలో రేఖాగణితాన్ని అధ్యయనం చేయటం; శీర్షాలు, కోణాలు, అంచులు మరియు ఉపరితలాల ఆధారంగా ద్వి, త్రిజ్యామితీయ ఆకృతులను విశ్లేషించటం లక్ష్యంగా సాగుతుంది. సాధారణీకరణాల ఆధారంగా సూత్రాలను (సరళ సంవృత పటాల అంతరకోణాలు, త్రిభుజాలు, సమాంతర చతుర్భుజాలు) తయారుచేసే సామర్థ్యాన్ని విద్యార్థులు కలిగిఉండాలి. క్రమంగా విద్యార్థి 10 నుంచి 12 తరగతికి చేరుకునేసరికి ఈ సాధారణీకరణాలకు నిరూపణలు ఇచ్చే సామర్థ్యాన్ని పెంపొందింపజేసుకోవలసి ఉంటుంది.

బోధనా ప్రక్రియలు – పరిశీలనలు

విద్యార్థుల గణిత అభ్యసనాన్ని అనేక కారకాలు ప్రభావితం చేస్తాయి. వీటిలో ఉపాధ్యాయుడి పాత్ర ప్రముఖంగా ఉంటుంది. ఇది అత్యంత ఆవశ్యకం కూడా. గణితాన్ని సమర్థవంతంగా బోధించటానికి ఉపాధ్యాయుడు ఏం చేయగలడో మనం అర్థం చేసుకోవాల్సి ఉంటుంది. లెక్కలు తెలిస్తే చాలు అతడు గణితాన్ని బాగా బోధించగలుగుతాడు అనే నమ్మకం / భావన సమాజంలో బాగా పాతుకుని ఉంది. ఇది సరైంది కాదు. గణితజ్ఞానం ఉన్న ప్రతి వ్యక్తీ గణితాన్ని బోధించగలుగుతాడా? బోధనకు ప్రత్యేక జ్ఞానం అవసరం లేదా? అనేవి చర్చనీయాంశాలు. గణితంలో ఉన్న పరిజ్ఞానం ఒక్కటే గణితాన్ని బోధించటానికి సహాయపడదు. గణిత ఉపాధ్యాయుడు ఎలా బోధించాలి? అనే విషయంలో కూడా చక్కటి పరిజ్ఞానం, సామర్థ్యం ఉండితీరాలి. గణిత విషయ పరిజ్ఞానం, గణితబోధన విషయ సామర్థ్యం రెండింటినీ కలిపి 'విషయబోధన పరిజ్ఞానం' అంటారు.

గణిత అభ్యసనాన్ని ఆనందమయం చేయటానికి ఈ క్రింది అంశాలు అవసరమవుతాయి.

- పాల్గొనటం
- నిమగ్నం కావటం
- పరికల్పనలు చేయటం మరియు సరిచూడటం

- సమస్యా పరిష్కారం
- సమస్యలు తయారుచేయటం
- దృశ్యీకరణ మరియు ప్రాతినిధ్యం
- అనుసంధానాలను రూపొందించటం
- క్రమబద్ధంగా తర్కించటం
- గణితపరమైన సమాచార / భావప్రసారం

3, 5 మరియు 8 తరగతి విద్యార్థుల అభ్యసన ఫలితాలు, సరైన ప్రతిస్పందనల శాతం ఆధారంగా నిర్వహించిన జాతీయ సాధనా సర్వే 2017లో వెల్లడైన ఫలితాలు ఈ క్రిందివిధంగా ఉన్నాయి.

తరగతి 3 - 64%

తరగతి 5 - 53%

తరగతి 8 - 42%

గణితంలో మన విద్యార్థుల సాధనను మరింతగా మెరుగుపరచటానికి అనుసరించాల్సిన మార్గాల గురించి తీవ్రంగా ఆలోచించాల్సిన అవసరం ఉంది.

తరగతుల వారీగా అభ్యసన ఫలితాలు

ఒకటవ తరగతి

అభ్యాసకుడు

- ఆకారం, పరిమాణం వంటి భౌతిక లక్షణాలు మరియు పరిశీలించదగిన ఇతర సాధారణ లక్షణాల ఆధారంగా వస్తువులను వర్గీకరిస్తాడు. 20 వరకు ఉన్న వస్తువులను లెక్కించగలుగుతాడు. మరియు వాటిని చిత్రాలు, సంకేతరూపంలో వ్యక్తీకరించగలుగుతాడు.
- ఒకటి నుంచి 20 వరకు గల సంఖ్యలతో వివిధ ప్రక్రియలు నిర్వహించగలుగుతాడు.
- ఒకటి నుంచి తొమ్మిది వరకు గల అంకెలను ఉపయోగించి వస్తువులను లెక్కించగలుగుతాడు.
- ఇరవై వరకు గల సంఖ్యలను పోల్చగలుగుతాడు.

  ఉదాహరణకు తరగతిలోని బాలికల సంఖ్య బాలుర సంఖ్య కన్నా ఎక్కువో తక్కువో నిర్ణయించగలుగుతాడు.
- ఒకటి నుంచి ఇరవై వరకు గల సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలన ప్రక్రియలను దైనందిన వ్యవహారాలను అనువర్తనం చేయగలుగుతాడు.

- తొమ్మిదివరకు గల అంకెలను ఉపయోగించి సంకలనాలు చేయగలుగుతాడు. ఉదాహరణకు 3+3 విలువ కనుగొనటానికి 3తో ప్రారంభించి 3 అంకెలు ముందుకు లెక్కించి సమాధానం 6 అని చెప్పగలుగుతాడు.
- ఒకటి నుంచి తొమ్మిది వరకు గల అంకెలు ఉపయోగించి వ్యవకలనాలు చేయగలుగుతాడు. ఉదాహరణకు తొమ్మిది వస్తువులు గల ఒక సమూహం నుంచి మూడు వస్తువులు తీసివేసి మిగిలిన వస్తువులను లెక్కించి 9-3=6 అని నిర్ధారణ చేస్తాడు.
- దైనందిన జీవితంలోని సమస్యలను సంకలన వ్యవహారాలతో అన్వయించి పరిష్కరించ గలుగుతాడు.
- 99 వరకు గల సంఖ్యలను గుర్తించగలుగుతాడు. మరియు రాయగలుగుతాడు.
- వివిధ వస్తువులు / ఆకృతుల భౌతిక లక్షణాలను సొంతమాటల్లో వివరించగలుగుతాడు. ఉదాహరణకు గుండ్రని బంతి దొర్లుతోంది. పలకలపెట్టె ఒరిగి ఉంది.
- అప్రమాణికమైన కొలతలైన మూర, జాణ, అడుగు మొదలైన వాటిని ఉపయోగించి స్థిరకొలతలను అంచనా వేయగలుగుతాడు మరియు కొలవగలుగుతాడు.
- సంఖ్యలు మరియు ఆకారాల అమరికలను సృష్టించగలుగుతాడు, పరిశీలించగలగడం మరియు విస్తరించగలుగుతాడు కూడా. ఉదాహరణకు
- 1, 2, 3, 4, 5 ...
- 1, 3, 5 ...
- 2, 4, 6 ...
- 1, 2, 3, 1, 2, 3 ...
- దృశ్యాలు / చిత్రాలను చూస్తూ అందుకు సంబంధించిన స్వల్ప సమాచారాన్ని సంఖ్యలను ఉపయోగించి నమోదుచేయగలుగుతాడు.

రెండవ తరగతి

అభ్యాసకుడు

- రెండంకెల సంఖ్యలతో వివిధ ప్రక్రియలు నిర్వహించగలుగుతాడు.
- 99 వరకు గల సంఖ్యలను చదవగలగడం మరియు రాయడం.
- రెండంకెల సంఖ్యలను రాయటంలో మరియు పోల్చటంలో స్థానవిలువలను ఉపయోగిస్తాడు.
- అతిపెద్ద మరియు అతిచిన్న రెండంకెల సంఖ్యలను ఏర్పరుస్తాడు.
- రెండంకెల సంఖ్యలను సంకలన భావన ఆధారంగా దైనందిన జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.

- నాణేలు మరియు మూడు / నాలుగు కరెన్సీ నోట్లను ఉపయోగించి రూ. 100 వరకు గల విభిన్నమొత్తాలను ప్రకటించగలుగుతాడు.
- పరిశీలించదగిన లక్షణాల ఆధారంగా ద్వి, త్రిజ్యామితీయ ఆకృతులను వర్ణిస్తాడు.
- దీర్ఘఘనం, స్తూపం, శంఖువు మరియు గోళం వంటి త్రిజ్యామితీయ ఆకృతులను గుర్తించ గలుగుతాడు.
- వివిధ విన్యాసాలలో (సమాంతరంగా మరియు లంబంగా) సరళరేఖలు గీయగలుగుతాడు.
- పాత్రల పొడవు / దూరం, సామర్థ్యం తదితరాలను సారూప్యం లేని అప్రామాణిక కొలతల ద్వారా (కప్పు, గరిటె, బకెట్, స్పూన్ మొ॥నవి) కొలవగలుగుతాడు. అంచనా వేయగలుగుతాడు.
- సాధారణ త్రాసు ఉపయోగించి వస్తువుల భారత్వాన్ని అంచనావేయగలుగుతాడు.
- సంవత్సరం, వారాల్లోని రోజులు, సమయాలను గుర్తించగలుగుతాడు.
- సంఘటనలను రోజులు / గంటల పరంగా క్రమబద్ధీకరణ చేయగలుగుతాడు. ఉదాహరణకు పిల్లలు ఇల్లు, పాఠశాలల్లో ఎంతెంత సమయం గడుపుతున్నారు? ఎక్కడ ఎక్కువ సమయం గడుపుతున్నారు? వంటివి.

3వ తరగతి

అభ్యాసకుడు

మూడంకెల సంఖ్యలతో వివిధ ప్రక్రియలు చేయగలుగుతాడు.

- స్థానవిలువను ఉపయోగించి 999 వరకు సంఖ్యలను చదవగలుగుతాడు. రాయగలుగుతాడు.
- స్థానవిలువలను బట్టి 999 వరకు సంఖ్యలను పోలుస్తాడు.
- మొత్తం విలువ 999 మించకుండా ఉండేలా మూడంకెల సంఖ్యల కూడిక, తీసివేత ప్రక్రియలను ఉపయోగించి సరళమైన దైనందిన జీవితసమస్యలను పరిష్కరించగలుగుతాడు.
- 2, 3, 4, 5 మరియు 10 యొక్క గుణకార పట్టికలు నిర్మించి, వాటి ధర్మాలు ఉపయోగించి దైనందిన జీవిత సమస్యల సాధనకు ఉపయోగిస్తాడు.
- సందర్భాన్ని విశ్లేషించి దానికి తగిన సంఖ్యా ప్రక్రియని అనువర్తిస్తాడు.
- సమాన సమూహాలు / పంపిణీ మరియు పునరావృత తీసివేత ద్వారా భాగహారం యొక్క అర్థాన్ని వివరిస్తాడు. ఉదాహరణకు 12 నుండి 3 వస్తువులు గల సమూహాలను పదేపదే తీసివేయడం ద్వారా $12 \div$ విలువ 4 అని తెలుసుకుంటాడు.
- సమూహం చేసి, విడిగాను చిన్న మొత్తంలో ద్రవ్యాన్ని (పైకాన్ని) కూడిక, తీసివేత చేస్తాడు.
- ధరలపట్టికలు మరియు సరళమైన బిల్లులు తయారు చేస్తాడు.

- ద్విజ్యామితీయ ఆకారాల గురించి అవగాహన పొందుతాడు.
- కాగిత మడతలు, చుక్కల గ్రిడ్ కాగితం కత్తిరించడం, సరళరేఖలను ఉపయోగించడం మొదలైన వాటి ద్వారా ద్విజ్యామితీయ ఆకారాలను గుర్తిసాడు.
- భుజాలు, అంచులు మరియు కర్ణాల సంఖ్య ద్వారా ద్విజ్యామితీయ ఆకారాలను వివరిస్తాడు. ఉదాహరణకు, పుస్తక ముఖచిత్రానికి 4 భుజాలు, 4 మూలలు రెండు కర్ణాలు ఉంటాయి.
- ఇవ్వబడ్డ టైల్స్‌ని ఉపయోగించి ఎలాంటి ఖాళీలు లేకుండా నిర్దేశించిన ప్రాంతాన్ని నింపుతాడు.
- సెంటీమీటర్లు లేదా మీటర్లు వంటి ప్రామాణిక యూనిట్లను ఉపయోగించి పొడవు మరియు దూరాన్ని అంచనా వేస్తాడు. మరియు లెక్కిస్తాడు. వాటిమధ్య సంబంధాలను గుర్తిస్తాడు.
- సాధారణ త్రాసు ఉపయోగించి ప్రామాణిక యూనిట్లలో (గ్రాములు, కిలోగ్రాములో) వస్తువుల బరువు కనుగొంటాడు.
- ప్రామాణికం కాని యూనిట్ల పరంగా విభిన్న పాత్రల సామర్థ్యాన్ని పోలుస్తాడు.
- దైనందిన జీవితంలో గ్రాములు మరియు కిలోగ్రాముల సంకలనం, వ్యవకలనం ఇమిడి ఉండే కృత్యాలు చేస్తాడు
- క్యాలెండర్‌పై నిర్దుష్టంగా ఒక రోజును మరియు తేదీని గుర్తించగలుగుతాడు.
- గడియారాన్ని ఉపయోగించి గంటల్లో సమయాన్ని సరిగ్గా చదువుతాడు.
- సరళమైన ఆకారాలు మరియు సంఖ్యల సరళిని విస్తరిస్తాడు.
- గణనచిహ్నాలు ఉపయోగించి సమాచారాన్ని నమోదు చేయడం, పటంలో ప్రాతినిధ్యంవహించటం మరియు ముగింపులను ఇవ్వడం చేస్తాడు.

4వ తరగతి

అభ్యాసకుడు

- దైనందిన జీవితంలో సంఖ్యలతో కూడిన గణిత ప్రక్రియల అనువర్తనాలను ఉపయోగిస్తాడు.
- 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను గుణిస్తాడు.
- బొమ్మలు (చుక్కలను గీయడం ద్వారా), సమాన సమూహాల ఏర్పాటు లేదా ఆవృత వ్యవకలనం మరియు భాగహారం – గుణకారం మధ్య గల సంబంధాన్ని వినియోగించటం వంటి వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించి ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో భాగిస్తాడు.
- చతుర్విధ గణిత ప్రక్రియలు ఉపయోగించడం ద్వారా డబ్బు, పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు సామర్థ్యాలకు సంబంధించిన సరళమైన దైనందిన జీవిత సమస్యలను సృష్టిస్తాడు మరియు పరిష్కరిస్తాడు.

భిన్నాలతో ప్రక్రియలు

- కాగితపు మడతలు మరియు వస్తువుల సమూహాలను ఉపయోగించి మొత్తంలో సగభాగం, నాల్గవ భాగం, మూడవభాగం తదితరాలను గుర్తిస్తాడు.
- సగభాగం, పావు, ముప్పావు భిన్నాలను సంఖ్యలు / సంజ్ఞలు ఉపయోగించి సూచిస్తాడు.
- ఒక భిన్నానికి సమానభిన్నాలను చూపిస్తాడు.
- తనచుట్టూ గల వస్తువుల ఆకారాల గురించి అవగాహన పొందుతాడు.
- వృత్తం యొక్క కేంద్రం, వ్యాసార్ధం మరియు వ్యాసాన్ని గుర్తిస్తాడు
- నేలపై బిళ్ళలు పరచటానికి అవసరమైన / ఉపయోగించదగిన ఆకారాలను కనుగొంటాడు.
- ఇచ్చిన వల రూపాలను ఉపయోగించి సమఘనాలు/దీర్ఘఘనాలను తయారుచేస్తాడు.
- సౌష్టవం అనే భావనను కాగితపు మడతలు / కత్తిరింపులు, సిరా చుక్కలు మొదలైన వాటి ద్వారా చూపిస్తాడు.
- సరళమైన వస్తువుల ఉపరితల వీక్షణ (టాప్ వ్యూ), ముందువైపు నుంచి కనిపించే ఆకృతి (ఫ్రంట్ వ్యూ) మరియు పక్కవైపుల నుంచి కనిపించే ఆకృతి (సైడ్‌వ్యూ)లను చిత్రీకరిస్తాడు.
- సరళజ్యామితీయ ఆకారాల (త్రిభుజం, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం) వైశాల్యం మరియు చుట్టుకొలతను ఇచ్చిన ఒక ప్రమాణ ఆకారంలో వ్యక్తపరుస్తాడు. ఉదాహరణకు, ఒక బల్ల ఉపరితలంపై పూర్తిగా పరచగల పుస్తకాల సంఖ్య.
- మీటరును సెంటీమీటరుగా, సెంటీమీటరును మీటరుగా మారుస్తాడు
- రెండు ప్రాంతాల మధ్య ఉండే దూరం/వస్తువు యొక్క పొడవు, వివిధ వస్తువుల బరువు, ద్రవాల ఘనపరిమాణం మొదలైన వాటిని అంచనా వేస్తాడు. మరియు వాస్తవ కొలతల ద్వారా వాటిని సరి చూస్తాడు.
- నాలుగు గణిత ప్రక్రియలకు సంబంధించిన పొడవు, దూరం, బరువు, ఘనపరిమాణం మరియు కాలములు, దైనందిన జీవితానికి సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- గడియారం చూసి కాలాన్ని గంటలు, నిమిషాలలో (A.M మరియు P.M లలో) వ్యక్తపరుస్తాడు.
- 24 గంటల గడియారం, 12 గంటల గడియారం మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుస్తాడు.
- రోజువారీ జీవిత ఘటనల కాలవ్యవధిని /అంతరాలను ముందుకు లేదా వెనకకు కూడిక/ తీసివేత పద్ధతిలో లెక్కిస్తాడు.
- గుణకారం మరియు భాగహారాల్లోని క్రమాన్ని గుర్తిస్తాడు (9 యొక్క గుణిజముల వరకు).

- సౌష్టవం ఆధారంగా ఏర్పడిన జ్యామితీయ నమూనాలను పరిశీలించడం, గుర్తించడం మరియు విస్తరించడం చేస్తాడు.
- సేకరించిన సమాచారాన్ని పట్టికలు మరియు సోపాన చిత్రాలద్వారా వ్యక్తీకరిస్తాడు వీటిపై వ్యాఖ్యానిస్తాడు.

5వ తరగతి

అభ్యాసకుడు

పెద్ద సంఖ్యలతో వివిధ ప్రక్రియలు చేయగలుగుతాడు

- తన పరిసరాల్లో ఉపయోగించే 1000 కంటే పెద్ద వైన సంఖ్యలను చదువుతాడు మరియు రాస్తాడు.
- సంఖ్యల యొక్క స్థాన విలువలను అర్థం చేసుకోవడం ద్వారా 1000 కు మించిన సంఖ్యలపై చతుర్విధ గణిత ప్రక్రియలను నిర్వహిస్తాడు.
- ప్రామాణిక సోపానక్రమాన్ని ఉపయోగించి ఇచ్చిన సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో భాగాహరం చేస్తాడు.
- ప్రామాణిక సోపానక్రమ విధానాన్ని ఉపయోగించడం లేదా ఒక సంఖ్యను చిన్న చిన్న భాగాలుగా విభజించి తరువాత ప్రక్రియ చేయడం వంటి విభిన్న వ్యూహాలు ఉపయోగించి మొత్తం, భేదం, లబ్ధం మరియు భాగఫలం తదితరాలను అంచనా వేస్తాడు. ఉదాహరణకు, 9450 ని 25 తో భాగించడానికి, 9000 ని 25 తో, 400 ని 25తో, చివరగా 50ని 25తో భాగించి, వచ్చిన అన్ని భాగాఫలాలను కూడటం ద్వారా ఫలితాన్ని ప్రకటించటం.

భిన్నాలపై అవగాహన

- ఒక మొత్తంలో కొంతభాగానికి సంబంధించిన సంఖ్యను కనుగొంటాడు.
- ఇచ్చిన భిన్నానికి సమానమైన భిన్నాలను గుర్తిస్తాడు. కొత్తవి ఏర్పరుస్తాడు.
- ఇచ్చిన $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ భిన్నాన్ని దశాంశరూపంలోను, దశాంశరూపం నుండి భిన్నరూపంలోను వ్యక్తపరుస్తాడు. ఉదాహరణ: 40 మీ.లో పావు వంతు 10 మీ, రూ. 10లో సగం రూ .5
- సంఖ్యను భిన్నరూపం నుండి దశాంశరూపంలోను దశాంశరూపం నుండి భిన్నరూపంలోను వ్యక్తపరుస్తాడు.

కోణాలు మరియు ఆకారాల యొక్క భావనల అన్వేషణ

- కోణాలను లంబకోణం, అల్పకోణం, అధిక కోణాలుగా వర్గీకరిస్తాడు వాటిని గీయడం, ట్రేసింగ్‌ల ద్వారా ప్రాతినిధ్య పరుస్తాడు.
- తనకు అతి సమీపంలో ఉండే భ్రమణ, పరావర్తన సౌష్టవాలు కలిగిన ద్విజ్యామితీయ ఆకారాలను గుర్తిస్తాడు.
- వలరూపాలను ఉపయోగించి సమఘనం, స్తూపం, శంఖువులను తయారుచేస్తాడు.
- పొడవు, బరువు మరియు ఘనపరిమాణానికి సంబంధించి సాధారణంగా ఉపయోగించే విభిన్న చిన్న ప్రమాణాలను పెద్ద ప్రమాణాలుగాను, పెద్ద ప్రమాణాలను చిన్న ప్రమాణాలుగాను మారుస్తాడు.
- ఒక బకెట్ యొక్క ఘనపరిమాణం, ఒక మగ్ ఘనపరిమాణానికి 20 రెట్లు అని తెలిసినట్లయితే వాటి ఆధారంగా వస్తువుల ఘనపరిమాణం అంచనా వేస్తాడు.
- డబ్బు, పొడవు, ద్రవ్యరాశి, సామర్థ్యం, కాలవ్యవధులు ఇమిడి ఉన్న సమస్యల పరిష్కారంలో చతుర్విధ గణిత ప్రక్రియలను వర్తింపజేస్తాడు.
- వివిధ దైనందిన జీవిత పరిస్థితులకు సంబంధించిన సమాచారం సేకరించి, దానిని పట్టికరూపంలో మరియు సోపానచిత్రంలో ప్రదర్శిస్తాడు. వివరిస్తాడు.

6వ తరగతి

అభ్యాసకుడు

- తగిన గణితప్రక్రియ (సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం) ఉపయోగించి పెద్ద సంఖ్యలతో కూడిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- సంఖ్యలను సరి, బేసి, ప్రధాన, సాపేక్ష ప్రధాన తదితర సంఖ్యలుగా వర్గీకరిస్తాడు (అమరికల ద్వారా) గుర్తిస్తాడు. ప్రశంసిస్తాడు.
- క.సా.గు లేదా గ.సా.భా లను పరిస్థితికి అనుగుణంగా అన్వయిస్తాడు.
- పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనాలతో కూడిన సమస్యలను సాధిస్తాడు.
- డబ్బు, పొడవు,ఉష్ణోగ్రత మొదలైనవాటితో కూడిన వివిధ పరిస్థితుల్లో భిన్నాలు మరియు దశాంశాలను ఉపయోగిస్తాడు. ఉదాహరణకు, 7 ½ మీటర్ల వస్త్రం, రెండు ప్రాంతాల మధ్య దూరం 112.5 కిలో మీటర్లు మొ॥వి.
- భిన్నాలు, దశాంశాల సంకలనం, వ్యవకలనాలతో కూడిన దైనందిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.

- ఇచ్చిన సందర్భానికి వివిధ ప్రక్రియలతో కూడిన చలరాసులను ఉపయోగించి సాధారణీకరిస్తాడు. ఉదాహరణకు x ప్రమాణాలు, 3 ప్రమాణాలు భుజాల కొలతలుగా గల దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత $2\ (x + 3)$ ప్రమాణాలు.
- వివిధ పరిస్థితుల్లో నిష్పత్తులు ఉపయోగించి పరిమాణాలను పోలుస్తాడు. ఉదాహరణ: ఒక తరగతిలో బాలికలు, బాలుర నిష్పత్తి 3:2.
- వివిధరకాల పద సమస్యల పరిష్కారంలో ఏకవస్తు పద్ధతిని ఉపయోగిస్తాడు. ఉదా: ఒక డజను నోటు పుస్తకాల ఖరీదు తెలిస్తే, అతడు మొదట ఒక పుస్తకం ఖరీదు కనుగొనడం ద్వారా ఏడు నోట్ పుస్తకాల ఖరీదు కనుగొంటాడు.
- సరళరేఖ, రేఖాఖండం, సంవృత, వివృత పటాలు, కోణము, త్రిభుజం, చతుర్భుజం, వృత్తం మొదలైన జ్యామితీయ భావనలను పరిసరాల్లో గల ఉదాహరణల సహాయంతో వివరిస్తాడు.
- కోణాలపై గల అవగాహనను కింది విధంగా ప్రదర్శిస్తాడు.
- పరిసరాల్లో గల కోణాలను గుర్తించడం.
- కోణాల కొలతల ఆధారంగా వర్గీకరిస్తాడు.
- 45^0, 90^0 మరియు 180^0ను ప్రామాణిక కోణాలుగా ఉపయోగించి కోణాల కొలతను అంచనా వేయడం.
- రేఖాసౌష్టవంపై గల అవగాహనను ఈ కింది విధంగా ప్రదర్శిస్తారు.
- ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ రేఖలపరంగా సౌష్టవంగా ఉండే ద్విమితీయ (2–D) ఆకారాలను గుర్తించడం.
- ద్విజ్యామితీ సౌష్టవ ఆకారాలను సృష్టించడం.
- కోణాలు మరియు భుజాల ఆధారంగా త్రిభుజాలను విభిన్న సమూహాలు /రకాలుగా వర్గీకరించడం. ఉదాహరణకు – భుజాల ఆధారంగా విషమబాహు, సమద్విబాహు లేదా సమబాహు త్రిభుజము మొదలైనవి.
- వాటి భుజాలు/కోణాల ఆధారంగా చతుర్భుజాలను విభిన్న సమూహాలు / రకాలుగా వర్గీకరించడం
- గోళము, సమ ఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం, శంఖువు వంటి వివిధ త్రిమితీయ వస్తువులను గుర్తిస్తాడు.
- త్రిమితీయ వస్తువుల అంచులు, శీర్షాలు, ముఖాలకు ఉదాహరణలను ఇచ్చి, వివరిస్తాడు.
- తరగతిగది యొక్క నేల, సుద్ద పెట్టె వంటి వాటి దీర్ఘచతురస్రాకార వస్తువుల ఉపరితలాల చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం కనుగొంటాడు.

- గత ఆరునెలల్లో కుటుంబ అవసరాల నిమిత్తం వివిధ రకాల వస్తువులపై చేసిన సేకరించిన / ఇచ్చిన ఖర్చుల సమాచారాన్ని పట్టిక, పటచిత్రం, సోపానచిత్రం (బార్ గ్రాఫ్) రూపంలో ఏర్పాటు చేస్తాడు. వాటిని వివరిస్తాడు.

7వ తరగతి

అభ్యాసకుడు

- రెండు పూర్ణసంఖ్యల గుణకార, భాగాహారాలు చేయగలుగుతాడు.
- భిన్నాల గుణకార, భాగహార ప్రక్రియలను వ్యాఖ్యానిస్తాడు.
- భిన్నాలు/దశాంశాలను గుణించడానికి మరియు భాగించడానికి సోపానక్రమ విధానాలు ఉపయోగిస్తాడు.
- అకరణీయ సంఖ్యల భావనలను ఉపయోగించి దైనందిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- పెద్ద సంఖ్యల గుణకార, భాగహారములు ఇమిడి ఉన్న సమస్యలను సరళీకృతం చేయడానికి సంఖ్యల యొక్క ఘాతరూపాన్ని ఉపయోగిస్తాడు.
- దైనందిన జీవితపరిస్థితులను సరళసమీకరణం రూపంలో సూచిస్తాడు. దానిని పరిష్కరిస్తాడు.
- బీజగణిత సమాసాలను సంకలనం /వ్యవకలనం చేస్తాడు.
- అనుపాతంలో ఉన్న రాసులను గుర్తించగలడు. ఉదాహరణకు15, 45 లకు గల నిష్పత్తి, 40, 120 లకు గల నిష్పత్తి సమానం కాబట్టి 15, 45, 40, 120 లు అనుపాతంలో ఉన్నాయని చెబుతాడు.
- శాతం నుంచి భిన్నం మరియు భిన్నం నుండి శాతానికి మార్చే సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- బారువడ్డీ ప్రకారం వడ్డీరేటు, లాభం / నష్టం శాతం లెక్కిస్తాడు.
- లక్షణాల ఆధారంగా కోణాల జతలను రేఖీయ, సంపూరక, పూరక, ఆసన్న, శీర్షాభిముఖ కోణాలుగా వర్గీకరిస్తాడు. వాటిలో ఒక కోణం విలువ ఇచ్చినట్లయితే రెండవకోణం విలువను కనుగొంటాడు.
- ఒక తిర్యగ్రేఖ రెండు సరళ రేఖలను ఖండిస్తున్నప్పుడు ఏర్పడే వివిధ కోణాల జతల గుణాలను సరిచూస్తాడు.
- త్రిభుజం యొక్క రెండు కోణాలు తెలిసినట్లయితే తెలియని మూడవ కోణాన్ని కనుగొంటాడు. త్రిభుజాల యొక్క సర్వసమానత్వమును గురించి వివరిస్తాడు. వాటి గురించి ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా (భు.భు.భు, భు.కో.భు, కో.భు.కో, లం.క.భు)

- స్కేలు మరియు ఒక వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి, ఇవ్వబడిన రేఖకు దానిపై లేని ఒక బిందువు నుండి సమాంతర రేఖను గీస్తాడు.
- యూనిట్ స్క్వేర్ గ్రిడ్ / గ్రాఫ్ షీట్ ఉపయోగించి సంవృతపటాల వైశాల్యాన్ని అంచనావేస్తాడు.
- దీర్ఘచతురస్రం మరియు చతురస్రంతో ఆవరించబడిన ప్రాంతాల వైశాల్యాలు లెక్కిస్తాడు.
- ఆమె/అతడి రోజువారీ జీవిత సందర్భాల నుండి లభించే సరళమైన సమాచారానికి ప్రాతినిధ్య విలువలైన సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకం విలువలను కనుగొంటాడు.
- నిజజీవితం, తరగతిలోని విద్యార్థుల ఎత్తులోని వైవిధ్యాలు, నాణేన్ని విసరినపుడు ఏర్పడే ఘటనలు తదితరాల్లోని అనిశ్చితిని గుర్తిస్తాడు.
- విద్యుత్ వినియోగం అనేది వేసవికాలంలో కంటే శీతాకాలాల్లో తక్కువగా ఉంటుంది. మొదటి 10 ఓవర్లలో ఒక టీమ్ చేసిన పరుగుల సంఖ్య మొదలైన విషయాలను / సమాచారాన్ని సోపానచిత్రం (బార్‌గ్రాఫ్) ఉపయోగించి వ్యాఖ్యానిస్తాడు.

8వ తరగతి

అభ్యాసకుడు

- అకరణీయ సంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహారం యొక్క లక్షణాలను సాధారణీకరణం చేస్తాడు.
- ఇవ్వబడ్డ రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య ఉండే సాధ్యమైనన్ని అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొంటాడు.
- 2, 3, 4, 5, 6, 9 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా నియమాలను నిరూపిస్తాడు.
- వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించి సంఖ్యల యొక్క వర్గము, ఘనము, వర్గమూలము, ఘనమూలాలను కనుగొంటాడు.
- పూర్ణసంఖ్య ఘాతాలతో కూడిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- చలరాసులు ఉపయోగించి ప్రహేళికలు (పజిల్స్), దైనందిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- బీజీయ సమాసాలను గుణిస్తాడు. ఉదాహరణకు, $(2x - 5)(3x^2+7)$ ను విస్తరిస్తాడు.
- దైనందిన జీవితంలోని సమస్యల పరిష్కారంలో వివిధ రకాల జీజగణిత సమీకరణాలను ఉపయోగిస్తాడు.
- డిస్కౌంట్, VAT మరియు చక్రవడ్డీని కనుగొనడం; లాభ నష్టాల పరిస్థితుల్లో శాతం యొక్క భావనను అనువర్తనం చేస్తాడు. ఉదాహరణ: ప్రకటన వెల మరియు వాస్తవ డిస్కౌంట్ ఇచ్చిన

సందర్భంలో డిస్కౌంట్ శాతం లెక్కిస్తాడు. లేదా ఒక లావాదేవీలో కొన్న ధర మరియు లాభం ఇచ్చినపుడు లాభశాతం కనుగొంటాడు.

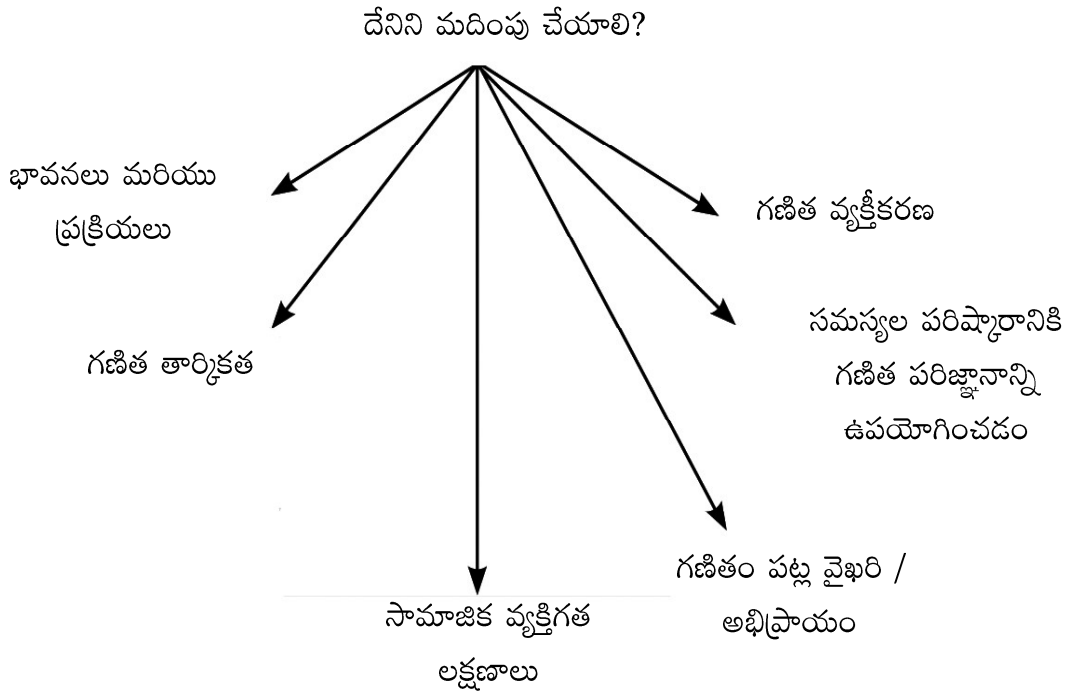
- అనులోమ, విలోమ నిష్పత్తుల ఆధారంగా సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- 'కోణ మొత్తం' ధర్మాన్ని ఉపయోగించి చతుర్భుజం యొక్క కోణాలకు సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తాడు.
- సమాంతర చతుర్భుజాల ధర్మాలను సరిచూస్తాడు. తార్కిక ఆలోచనల ద్వారా వాటి మధ్య సంబంధాన్ని స్థాపిస్తాడు.
- కాగితం, నల్లబల్ల మొదలైన ఒక తలం ఉపరితలంపై త్రిజ్యామితీయ ఆకృతులను రూపొందిస్తాడు.
- వివిధ అమరికల ద్వారా ఆయిలర్ సంబంధాన్ని సరిచూస్తాడు.
- వృత్తలేఖిని, స్కేల్ ఉపయోగించి విభిన్న చతుర్భుజాలు నిర్మిస్తాడు.
- స్క్వేర్ గ్రిడ్/గ్రాఫ్ షీట్ ఉపయోగించడం ద్వారా సమలంబ చతుర్భుజం (ట్రెపీజియం) మరియు ఇతర బహుభుజుల వైశాల్యాలు అంచనా వేస్తాడు. సూత్రాలను ఉపయోగించి సరిచూస్తాడు.
- బహుభుజి యొక్క వైశాల్యం కనుగొంటాడు.
- సమఘనం మరియు స్థూపం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం, ఘన పరిమాణం కనుగొంటాడు.
- సోపాన చిత్రాలు (బార్‌చార్టులు), వృత్త రేఖాచిత్రాలు (పై చార్టులు) గీస్తాడు. భాష్యం చెబుతాడు.
- పాచికలు మరియు నాణేలు పదేపదే విసిరిన తర్వాత గతంలో జరిగిన లేదా అందుబాటులో ఉన్న సమాచారం ఆధారంగా భవిష్యత్ సంఘటనల అవకాశాలను ఊహిస్తాడు.

ప్రాథమికస్థాయి గణిత మదింపు

ప్రాథమికస్థాయిలో గణిత అభ్యసన మదింపు ప్రధానంగా పిల్లలు ఎలా నేర్చుకుంటారనే విషయంపై కేంద్రీకృతం కావాలి. మదింపు జరగాల్సిన అంశాలు ...

- పిల్లలు గణితం ఎలా నేర్చుకుంటారు అనేదానిపై అవగాహన.
- గణితభావనల అభివృద్ధి, దైనందిన జీవితంలో వాటి అనువర్తనం.
- పిల్లల సామాజిక, వ్యక్తిగత లక్షణాల అభివృద్ధి.

గణితంలో ప్రధానంగా ఏ అవసరాలను విస్తృతంగా అంచనా వేయాలో ఇపుడు చూద్దాం. ఈ అంశాలు దిగువపటంలో చూపబడినాయి.



ప్రాథమికస్థాయిలో గణితశాస్త్రాన్ని బోధించేటప్పుడు ఉపాధ్యాయులు అడిగే అతి సాధారణమైన ప్రశ్న–"గణిత అభ్యసనం విషయంలో దేనిని మదింపు చేయాలి?". మీరు వెతుకుతున్న అంశం గురించి మిమ్మల్ని మీరే ప్రశ్నించుకోండి అనేది ఇందుకు సరైన సమాధానం. గణితశాస్త్ర అభ్యసన విషయానికి సంబంధించినంత వరకు పాఠశాల గణితం యొక్క విశాల దృక్పథాన్ని పరిశీలిస్తే, పిల్లలు గణితాన్ని "సంభాషించుకోవటానికి, తమలో తాము చర్చించుకోవడానికి, కలిసి పనిచేయటానికి" అని సాధారణంగా అంగీకరించవచ్చు.

దిగువ పేర్కొన్న సామర్థ్యాలకు సంబంధించి విద్యార్థిని విధిగా మదింపు చేయాలి.

- గణిత సత్యాలు, గణాంకాల పట్ల సమగ్ర మరియు కారణాల అవగాహన కలిగి ఉండడం.
- సంబంధాలను అవగతం చేసుకోవటం కోసం అమూర్తభావనలను ఉపయోగించటం, నిర్మాణాలను పరిశీలించటం, ప్రవచనాల సత్యాసత్య లక్షణాన్ని నిరూపించటానికి తర్కాన్ని ఉపయోగించటం.
- గణితంలోని వివిధ శాఖలు – అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, దత్తాంశ నిర్వహణ, క్షేత్రమితి మొదలైన వాటి యొక్క ప్రాథమిక నిర్మాణాన్ని అర్థం చేసుకోవడం.
- దైనందిన జీవిత పరిస్థితులకు సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరించటానికి ఈ దశలో నేర్చుకున్న గణిత భావనలను అనువర్తించడం.
- బృంద కార్యకలాపాలను నిర్వహించేటప్పుడు ఒకరికొకరు సహకరించుకొని సహాయపడటం.

పాఠశాల ఆధారిత మదింపు (SBA) పై కరదీపికలో వివరించిన విధంగా మదింపు కొరకు వివిధ రకాల పరికరాలను ప్రతిరోజూ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలతో అనుసంధానం చేయాలి. అభ్యసన ఫలితాలకు సంబంధించి అవసరమైన నైపుణ్యాలను సాధించడానికి ప్రాథమికస్థాయిలో గణితబోధన గురించి వివరించడానికి దిగువన కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వబడ్డాయి.

మాదిరి 1 : ఈ కృత్యాన్ని పూర్వప్రాథమిక పాఠశాల చివరి సంవత్సరంలో లేదా ఒకటవ తరగతి ప్రారంభంలో నిర్వహించవచ్చు.

అభ్యసనా ఫలితం

1 నుంచి 9 వరకు వస్తువులను కలిగిన సమూహములకు సంఖ్యల పేర్లను ఉపయోగించడం

ఈ కార్యక్రమ లక్ష్యం

విద్యార్థి –

- ఇవ్వబడ్డ సమూహానికి సంబంధించిన సంఖ్యల పేర్లను చెప్పడం
- 1 నుంచి 10 వరకు సంఖ్యల పేర్లను సృష్టించి క్రమంలో అమర్చడం

అవసరమైన సామగ్రి : పద్యం/కథలకు అనుసంధానించదగిన దృశ్య / శ్రవణ సహాయకాలు

విధానం

సాధారణంగా పిల్లలు తరగతిగదిలోకి ప్రవేశించడానికంటే ముందే అంకెల అనుభవాన్ని పొంది ఉంటారు. ఉదాహరణకు "నాకు ఇంకా ఒక బిస్కెట్ కావాలి", "నాకు రూ.5 ఇవ్వండి", "2 రోజుల తరువాత తాతగారి ఇంటికి వెళ్లాలి" మొదలైన రోజువారీ మాటలలో పెద్దలు సంఖ్యల పేర్లను ఉపయోగిస్తూ ఉండటాన్ని చూసి ఉంటారు.

కొంతమంది పిల్లలకు ఇప్పటికే సంఖ్యల పేర్లు (యాదృచ్ఛికం క్రమంలో) తెలిసి ఉండవచ్చు. ఒక పిల్లవాడు, సంఖ్యల పేర్లు లేదా లెక్కించే పేర్లను ముఖ్యంగా సరైన క్రమంలో సందర్భానికి అనుగుణంగా అన్వయించేలా చేయడం ఈ కృత్యం యొక్క లక్ష్యం.

సంఖ్యల పేర్లు చేర్చిన చిన్నచిన్న పద్యాలు పఠించడం (తరగతి 1 అభ్యాసకులకు తగినది), పాటలు, ఆటలు లేదా కథలు (యాదృచ్ఛికంగా ఇచ్చిన క్రమంలో) ద్వారా తరగతి గదిలో అభ్యసకులు సంఖ్యల పేర్లను క్రమంలో గ్రహించడానికి సహాయపడవచ్చు.

ఒక పద్యం క్రింద ఇవ్వబడింది. ఉపాధ్యాయులు తమ స్థానికభాషలో ఇలాంటి ఎన్నో పద్యాలను తెలుసుకోవచ్చు.

ఒకటి ఒకటి ఒకటి ఒక చిన్న పాప ఒక రొట్టె తింటుంది

(ఒక సంఖ్యలో ఉండే ముక్కు, ఆకాశంలో సూర్యుడు మొదలైన వస్తువులను చూపించాలి మరియు ఒక సంఖ్యలో ఉండే శరీరభాగాలను తాకడం లేదా చూపించమని పిల్లల్ని అడగాలి.)

(ఒక సంఖ్యలో ఉండే ముక్కు, ఆకాశంలో సూర్యుడు మొదలైన వస్తువులను చూపించాలి మరియు ఒక సంఖ్యలో ఉండే శరీర భాగాలను తాకడం లేదా చూపించమని పిల్లలను అడగాలి.)

రెండు రెండు రెండు
ఇద్దరు చిన్న పాపలు
తోటకు వెళుతున్నారు

(రెండు సంఖ్యలో ఉండే కళ్ళు, సైకిల్ చక్రాలు మొదలైన వస్తువులను చూపించాలి మరియు రెండు సంఖ్యలో ఉండే శరీర భాగాలను, వస్తువులను తాకడం లేదా చూపించమని పిల్లలను అడగాలి.)

మూడు మూడు మూడు
మూడు పచ్చని చిలుకలు ఎగురుతున్నవి చూడుము
నాలుగు నాలుగు నాలుగు
నాలుగు ఆకలి కుక్కలు
ఎంత తిన్నా తీరదు ఆకలి
ఐదు ఐదు ఐదు
ఐదు తేనెటీగలు
వెళుతున్నవి ఇప్పుడే గూడుకు

(9వ సంఖ్య వరకు వస్తువుల సమూహాలు వచ్చువరకు పద్యం కొనసాగించాలి)

పాల్గొనేందుకు సందేహిస్తున్న వారితో సహా తరగతిలో ఉన్న పిల్లలందరికీ కూడా అవకాశాలను కల్పించాలి. వివిధ సామర్థ్యాలతో ఉన్న పిల్లలను వారి పరిశీలనల ప్రకారం ఉదాహరణలను ఉదహరించమని కోరాలి.

ఉదాహరణ II

ప్రాథమిక పాఠశాల విద్యార్థులు సాధారణంగా కోణం యొక్క జ్యామితీయ భావనను అర్థం చేసుకోవడంలో ఇబ్బందులు ఎదుర్కొంటారు. ఎందుకీ సమస్య ఏర్పడుతోందో మనం చర్చించాల్సిన అవసరం ఉంది. విద్యార్థులు విషయాన్ని అర్థం చేసుకునే దిశగా ఉపాధ్యాయులు వారికి సహాయం చేసే విధానంలో ఈ సమస్య ఉందని అనేక పరిశోధనల్లో వెల్లడైంది.

ఉదాహరణకు 'కోణం' అనే పదానికి నిర్వచనం చెప్పాల్సి ఉందనుకుందాం. ఇందుకోసం పాఠ్యపుస్తకాల్లో ఇచ్చిన ప్రామాణిక గణితశాస్త్ర పదజాలాన్ని ఉపయోగించటానికి బదులుగా దైనందిన జీవితంలో ఉపయోగించే వస్తువులు లేదా ఎదురయ్యే సన్నివేశాల ఆధారంగా కోణం అంటే ఏమిటో విద్యార్థులకు వివరించవచ్చు. ఇందుకు ఆయా సందర్భాలను మనం అందిపుచ్చుకోవాల్సి ఉంటుంది. అవి ...

- రహదారి కూడళ్ళ వద్ద ఉండే ఖండనలు, కత్తెరలో రెండు భాగాలు, గడియారంలో ముళ్ళు కలుసుకొనే చోటు.
- బల్ల ఉపరితలం అంచులు, అగ్గిపెట్టె అంచులు కలుసుకునే మూలలు.

- భుజం లేదా కాలు వంపు.
- వాలుబల్ల, ర్యాంపులు, ఇంటి పైకప్పులు, కొండ వాలు, రైల్వే సిగ్నల్స్, పిల్లల పార్కులో స్లయిడ్స్
- తలుపు తెరవడం మరియు మూయడంలో భ్రమణం, కారు అద్దం తుడిచే బద్ద (వైపర్), గాలి పంఖా, చక్రం యొక్క ఊచలు మొదలైనవి.

ఇటువంటి పరిస్థితులు కోణం యొక్క భావనను ఒక క్రమపద్ధతిలో అభివృద్ధి చేయడానికి చాలా అవకాశాలను అందిస్తున్నాయి. ప్రాథమిక తరగతుల్లో రేఖాగణితం మరియు వివిధ అనుబంధ అంశాలను నేర్చుకునేందుకు మౌలికమైన ఆకారం కోణం కనుక, కోణం యొక్క భావనను అధ్యయనం చేయడం అనేది అత్యంత ముఖ్యమైన అంశంగా ఉంటుంది. దైనందిన జీవిత ఉదాహరణలు కోణం యొక్క భావనతో పాటు అల్ప, లంబ, అధిక కోణాల విభజనకు సంబంధించిన విషయాలను కూడా అనుభవపూర్వకంగా అందిస్తాయి. దీంతోపాటు అభ్యసన పురోగతిని మదింపు చేయటానికి కొన్ని కార్యకలాపాలను సూచిస్తుంది.

కీలక భావనలు

కోణం, కోణం యొక్క కొలత, కోణాల వర్గీకరణ, కోణాల పోలిక.

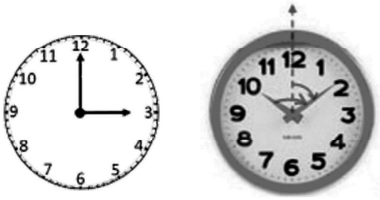
అభ్యసన ఫలితాలు

- కోణం యొక్క భావనను అన్వేషించటం.
- కోణాలను లంబకోణం, అల్పకోణం మరియు అధిక కోణంగా వర్గీకరించడం.

ఈ అభ్యసన ఫలితాలను సాధించటానికి తరగతిలోని బాలబాలికలను సమాన సంఖ్యలో ఉండేలా సమూహాలుగా విభజించాలి. ఈ సమూహాల చేత ఈ దిగువ పేర్కొన్న కృత్యాలను చేయించాలి.

కృత్యం 1

విభిన్న సమయాల్లో గడియారం యొక్క రెండు ముళ్ళను గమనించమని విద్యార్థులను అడగాలి. రెండు ముళ్ళ మధ్య ఉండే కోణాల్ని వివరించమని అడగాలి.



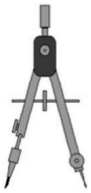
గడియారంలోని ముళ్ళు, వాటిపై ఉండే సంఖ్యలను చేతులతో తాకి అనుభూతి పొందేందుకు అనుకూలంగా ఉండేలా చూసుకోవాలి.

- గడియారం ముళ్ళ మధ్య ఏర్పడే కోణం, ప్రదర్శించబడ్డ అంకెలను గమనించి, వ్యక్తీకరించమని విద్యార్థులను అడగాలి. కోణాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్య సంబంధాలను తెలియజేసే మరిన్ని వస్తువులను విద్యార్థులు గుర్తించగలరా?

- వృత్తాకారంలో విద్యార్థులను కూర్చోబెట్టి వారికి 1 నుంచి 12 వరకు విభిన్న సంఖ్యలు గల కార్డులను ఇవ్వాలి. వారికి వచ్చిన సంఖ్య ఆధారంగా కోణాన్ని అంచనా వేయడానికి సహాయపడాలి.
- వృత్త కేంద్రమును నిర్ణయించవచ్చు
- గడియారం యొక్క కేంద్రం నుండి వృత్తం యొక్క సరిహద్దును తాకేలా విద్యార్థులతో రెండు వరుసలను తయారు చేసి, వాటి మధ్య వివిధ కోణాలు ఏర్పాటు చేయవచ్చు.
- కేంద్రం, సరిహద్దు వద్ద ఉన్న విద్యార్థులు తమ స్థానం గురించి, వారు పట్టుకున్న కార్డు గురించి చెబుతూనే ఉంటారు.
- ఒకటి లేదా రెండు వరసలను తిరిగి అమర్చడం ద్వారా కోణాన్ని మార్చవచ్చు.
- ప్రత్యేక సామర్థ్యాలు (Physically Challenged) గల విద్యార్థి, హద్దు లేదా గడియారపు ముల్లు భాగం అవుతాడు.

కృత్యం 2

కత్తెరలు, వృత్తలేఖిని,విభాగిని మొదలైన వస్తువులను గమనించి, వాటి మధ్య ఏర్పడే కోణాలను వారి స్వంత మాటల్లో వివరించమని విద్యార్థులను అడగాలి.



కృత్యం 3

గదిలో ఒక తలుపును తెరవడం మరియు మూసివేయడం గమనించి, చలన సమయంలో విభిన్న బిందువుల వద్ద తలుపు చేసిన కోణాలను స్వంత మాటల్లో వివరించమని అభ్యాసకులను అడగాలి. పిల్లలకు వస్తువులను తాకే అవకాశాలు కల్పించి, బిందువుల వద్ద ఏర్పడిన కోణముల గురించి ఆలోచింపజేయాలి.

కృత్యం 4

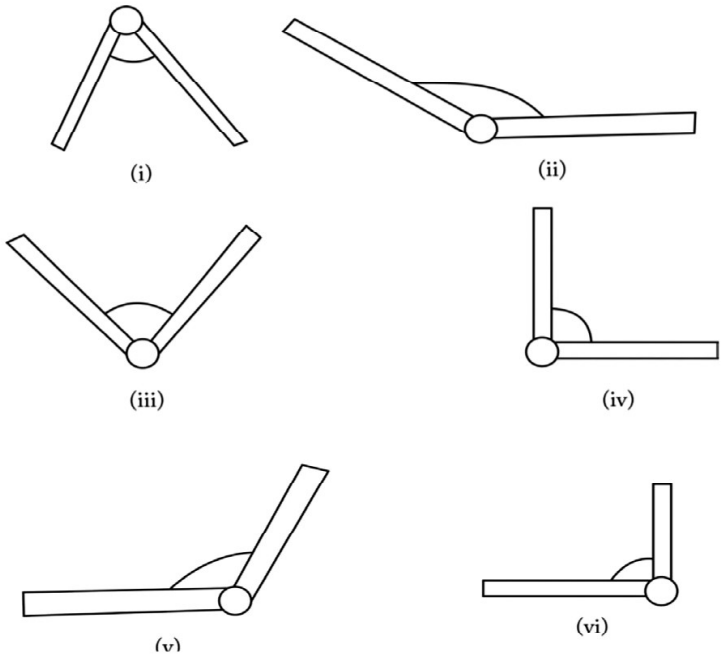
ఒక పెట్టె యొక్క మూత తెరవడం మరియు మూయడం చేసి, ఏర్పడే కోణాలను వారి స్వంత మాటల్లో వివరించమని విద్యార్థులను అడగాలి. ఉమ్మడి బిందువు వద్ద రెండు కిరణాల సంయోజ వల్ల

కోణం ఏర్పడుతుందని, ఆ కిరణాలను కోణం యొక్కభుజాలు అంటారని, ఉమ్మడి బిందువును శీర్షం అంటారని పిల్లలకు వివరించాలి.

ఒక కోణానికి పేరు పెట్టేటప్పుడు, శీర్షం ఎప్పుడూ మధ్యలో ఉంటుందని, దాని భుజాలు కదులుతూ ఉంటాయని స్పష్టంగా విద్యార్థులకు వివరించాలి.

కృత్యం 5

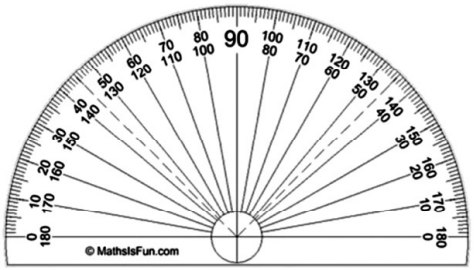
- కొన్ని చెక్క/ప్లాస్టిక్/చీపురు పుల్లలు మరియు కొన్ని ఏకరీతిలో కత్తిరించిన రబ్బరు ట్యూబ్ ముక్కలను తీసుకోమని అభ్యాసకులను అడగాలి.
- కోణాల కొలతలను వివరించడానికి, దిగువ చూపించిన విధంగా రబ్బర్‌ట్యూబ్ ముక్కలను ఉపయోగించి పుల్ల ముక్కలను కలపమని వారిని అడగాలి వీటికి బదులుగా విద్యార్థులు ఒక కత్తెర లేదా విభాగిని కూడా ఉపయోగించవచ్చు.



- పై పుల్లల జతల మధ్య ఏర్పడే కోణాలను గమనించేందుకు విద్యార్థులను ప్రోత్సహించాలి.
- (i) మరియు (ii) లేదా (ii) మరియు (iii) లేదా (iii) మరియు (iv) లేదా (iv) మరియు (v) లేదా (v) మరియు (vi) (ఏదైనా సమయంలో రెండింటిని తీసుకోవాలి), “ఏది ఎక్కువ తెరచివుంది” లేదా “ఏది తక్కువ తెరచి ఉంది” అని నిర్ణయించడం సులభం అని వారు గమనించగలరు. అంటే జ్యామితీయ పరిభాషలో ఏ కోణం పెద్దది లేదా ఏ కోణం చిన్నది అనేది నిర్ణయించడం.
- ఇటువంటి చర్యలు విద్యార్థుల్లో వివిధ కోణాలను కొలవడానికి ఒక అవసరాన్ని రేకెత్తిస్తాయి.
- ఈ కృత్యాన్ని దృష్టి లోపం గల విద్యార్థులచే కూడా చేయించవచ్చు.

కృత్యం 6

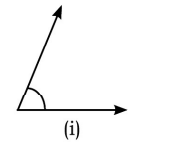
జ్యామితీయ పెట్టె నుంచి ఒక కోణమానిని బయటకు తీసి దానిని అభ్యాసకులకు చూపించాలి. కోణమానిని పై గీతలు మరియు సంఖ్యలు ఉంటాయి, పిల్లలు వాటిపై వేళ్ళు తిప్పుతూ చదువుతారు. సాధారణ కోణమానిని తాకినపుడు అది అర్ధవృత్తాకారంగా ఉన్నట్లుగా విద్యార్థులు భావించేలా చేయాలి.

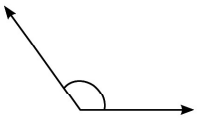


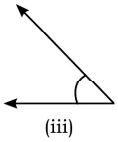
కోణమానిని అంచున ఉన్న రెండు రకాల స్కేళ్ళను (0^0 – 180^0 మరియు 180^0 – 0^0) పరిశీలించమని అభ్యాసకులను అడగాలి.

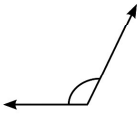
కోణమును "డిగ్రీలు" లో ('^{0}' లలో సూచిస్తాము) లెక్కిస్తాము. అదేవిధంగా కోణాలను కోణమానిని ఉపయోగించి ఏవిధంగా కొలవవచ్చో ప్రదర్శించి చూపాలి.

- ఈ దిగువ రకాలైన కోణాలను కొలవడం లేదా కొన్ని కోణాలు గీచి, వాటిని కొలవమని అభ్యాసకులను కోరాలి. పిల్లలకు ప్లాస్టిక్/చెక్కపుల్లలను కలపడం ద్వారా ఏర్పడే కోణాలని కొలవడానికి కూడా ఏర్పాటు చేయాలి.
- అభ్యాసకులు ఈరకమైన కోణాలను కొలిచేందుకు సహాయపడాలి. కోణమానిని అంచున రెండు విధాలుగా కొలతలు ఇవ్వవలసిన అవసరాన్ని మరియు ఉపయోగాన్ని అనుభవపూర్వకంగా గ్రహించేలా చూడాలి.


(i)


(ii)


(iii)


(iv)

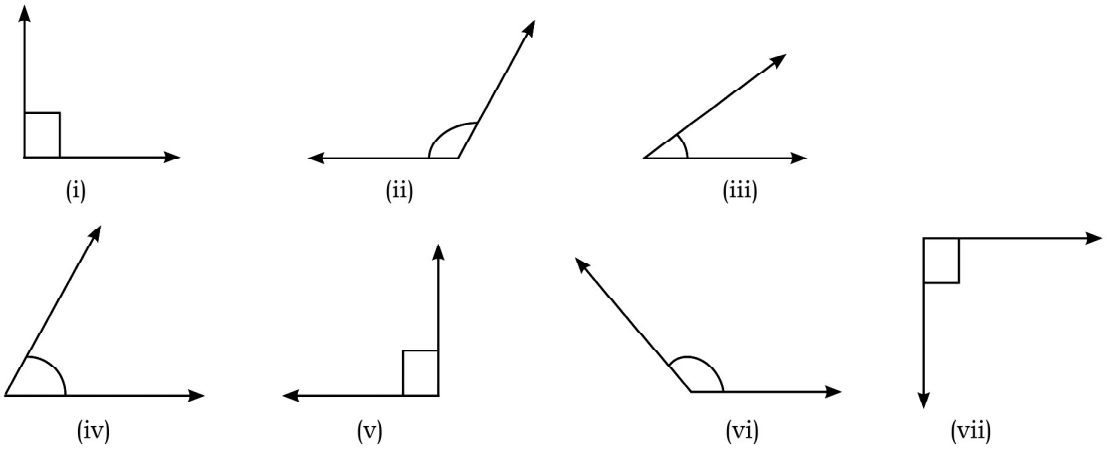
కృత్యం 7

- విద్యార్థులు తమ పుస్తకాలు, గదులు మొదలైన వాటి యొక్క ప్రతి మూలలో ఏర్పడే కోణాలను గమనించి, కోణమానిని ఉపయోగించి ప్రతి సందర్భంలోనూ కోణాన్ని కొలవగలమా లేదా అని నిర్ణయించాలి. వారి పరిసరాల నుండి మరిన్ని అటువంటి వస్తువులను ఎంచుకోవడానికి మరియు చర్చించడానికి అనుమతించాలి. కోణమానిని ఉపయోగించి ప్రతి అంచు వద్ద కోణాన్ని కొలిచి, దానిని నమోదు చేయించాలి.
- 90^0 కొలత కలిగిన కోణమునకు 'లంబకోణం' అనే పదాన్ని పరిచయం చేయాలి.

కృత్యం 8

విద్యార్థులను బాలురు మరియు బాలికలు గల నాలుగు లేదా ఐదు మిశ్రమ సమూహాలుగా విభజించాలి.

- దిగువ ఇవ్వబడ్డ కోణాలు కలిగిన ఆకృతులను ప్రతి సమూహమునకు ఇవ్వాలి. (పేపర్ లేదా కట్ అవుట్స్ మీద గీయవచ్చు).



ప్రతి సమూహం చెత కొణమానిని ఉపయోగించి కొణాలను కొలిపించి, చార్టుపెపర్ పై నమోదు చేయమని ప్రోత్సహించాలి.

వాటి కొలతలు గమనించడం ద్వారా (i), (v) మరియు (vii) లలో గల కోణాలు లంబకోణాలని గమనించేలా చూడాలి.

వారిని వీటిని కూడా పరిశీలింపచేయాలి (6వ తరగతి N.C.E.R.T. గణితం పాఠ్యపుస్తకంలో చూపించిన విధంగా కాగితం ఉపయోగించి చేతితో తయారు చేసిన కోణమానిని ఉపయోగించి కూడా ఈ కృత్యాన్ని చేయవచ్చు).

ఆ కోణాలలో (iii) మరియు (iv) లంబకోణం కంటే తక్కువ (చిన్నవి) మరియు 0^o కంటే ఎక్కువ (పెద్దవి); కోణాలు (ii) మరియు (vi) లంబకోణం కంటే ఎక్కువ (పెద్దవి) మరియు 180^o కంటే తక్కువ (చిన్నవి).

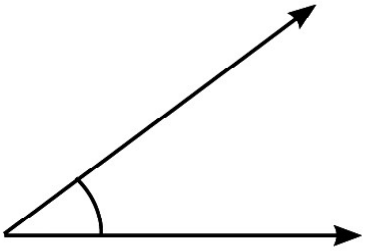
కోణాలు (iii) మరియు (iv) లు అల్పకోణాలుగాను, కోణాలు (ii) మరియు (vi) ను గురు (అధిక) కోణాలుగాను పేర్కొనాలని వివరించాలి.

అభ్యాసకులు తరగతి I నుంచి VIII వరకు, (NCERT, న్యూఢిల్లీ ద్వారా తయారు చేయబడింది) గణితం కిట్ మరియు ప్రయోగ దీపికలో ఇవ్వబడ్డ కార్యకలాపాలను కూడా నిర్వహించవచ్చు. దృష్టిలోపం గల విద్యార్థులు పై కార్యకలాపాలను చేయడం కొరకు ప్రత్యేకంగా రూపొందించబడ్డ పరికరాలు కలవు.)

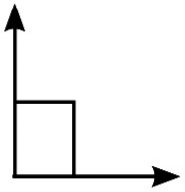
మూల్యాంకనం – అపోహలు మరియు మద్దతు యంత్రాంగం

కోణాలను పోల్చడం

విద్యార్థులు దిగువ పేర్కొన్న కోణాల జతలను పోల్చగలరు.

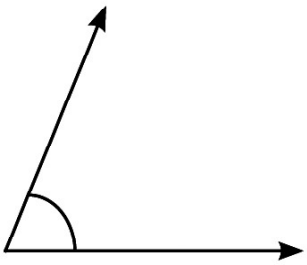


A

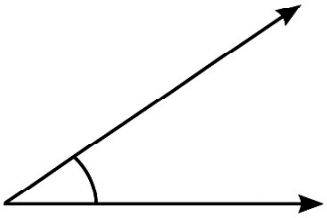


B

కోణం B కంటే కోణం A ఎక్కువగా ఉందని కొంతమంది అభ్యాసకులు చెప్పవచ్చు, ఎందుకంటే కోణం A యొక్క భుజాలు కోణం B భుజాల కంటే పొడవుగా ఉన్నాయి. ఒకవేళ అదే కనుక అయితే, భుజాల పొడవులను బట్టి కోణాలను పోల్చలేమని సూచించాలి. వాటిని తమ రెండు భుజాల మధ్య తెరచి ఉన్నదాని ప్రకారం పోలుస్తాము. ఇదేవిధంగా, దిగువ రకానికి చెందిన ఒక జత కోణాలను పోల్చమని అభ్యాసకులను అడగాలి.



P

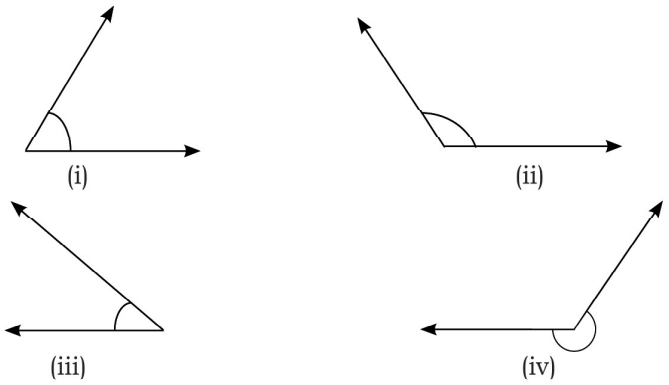


Q

కొందరు అభ్యాసకులు కోణం P కంటే కోణం Q ఎక్కువ అని చెప్పవచ్చు, ఎందుకంటే కోణం Q యొక్క చాపం కోణం P యొక్క చాపం కంటే ఎక్కువ. ఇక్కడ, మళ్ళీ చాపాల యొక్క పొడవుల ప్రకారం కోణాలను పోల్చలేమని సూచించవచ్చు. వాటిని తమ రెండు భుజాల మధ్య తెరచి ఉన్న దాని ప్రకారం పోల్చాలని గుర్తించాలి.

కోణాన్ని కొలవడం

దిగువ నున్న వివిధ రకాలైన కోణాలను కొలవమని విద్యార్థులను అడగాలి.

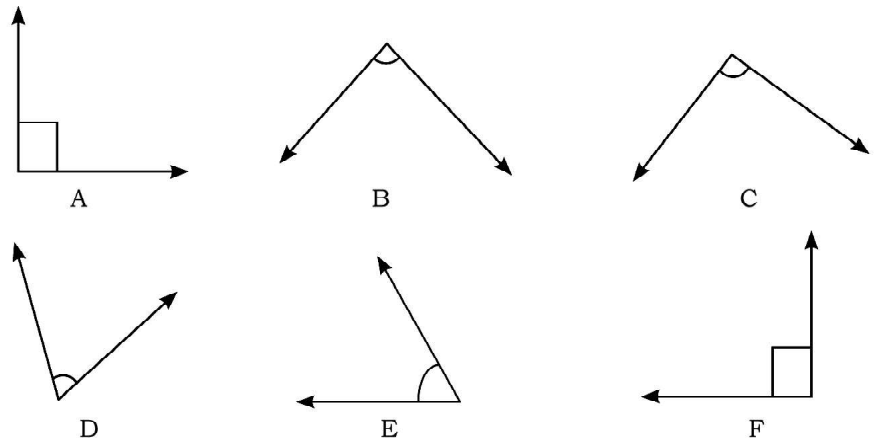


కొంతమంది అభ్యాసకులు కోణము (iii) ని 30^0కు బదులుగా 150^0గా కొలవవచ్చు. ఇదేవిధంగా, కొంతమంది అభ్యాసకులు కోణము (iv) ను 120^0కు బదులుగా 60^0 గా కొలవవచ్చు. ఒకవేళ అదే కనుక జరిగినట్లయితే, కోణమానిని యొక్క అంచు మీద గల సరైన స్కేలు ఉపయోగించాలని అభ్యాసకులకు సూచించాలి.

కొంతమంది అభ్యాసకులుపై కోణాన్ని, భుజం మీద ($0 - 180^0$ లేదా $180^0 - 0$) లైన్ ఉంచడానికి బదులుగా కోణము భుజము మీద కోణమానిని తిన్నటి అంచును ఉంచడం ద్వారా కొలుస్తారు. ఒకవేళ అదే జరిగినట్లయితే కోణమానిని సరైన రీతిలో ఉంచమని అభ్యాసకులకు సూచించాలి.

లంబ కోణము

దిగువ పేర్కొన్నవాటిలో లంబ కోణాలను గుర్తించమని అభ్యాసకులను అడగాలి.



కొంతమంది అభ్యాసకులు కేవలం కోణము Aని మాత్రమే లంబకోణంగా గుర్తించవచ్చు. అయితే ఈ విషయంలో కోణాలు A, C మరియు F లు లంబకోణాలు మరియు ఇతర కోణాలు లంబకోణములు కావు. అభ్యాసకులు కోణము C లేదా కోణము F ని లంబకోణంగా గుర్తించలేదని అర్థంచేసుకోవాలి. దీనికి

కారణం అభ్యాసకులకు ఎప్పుడూ ఒకేవిధమైన లంబకోణ నమూనా ప్రదర్శించి ఉండవచ్చు. ఫలితంగా వారు ఆ కోణానికి చెందిన ఇతర ప్రాతినిధ్యాలను గుర్తించడం లేదు. అందువల్ల, ఈ లోపాన్ని తొలగించడం కొరకు, ఉపాధ్యాయుడు లంబ కోణాలను మరియు ఇతర కోణాలను వివిధ దిశలలో/విన్యాసాలలో (ఓరియెంటేషన్లలో) ప్రదర్శించాలి.

ప్రాథమికోన్నత స్థాయి

ఉదాహరణ 3

అభ్యసన ఫలితాలు

ఈ ఉదాహరణలో భిన్నాల భాగహార భావనను ఒక పూర్ణసంఖ్యతో అలాగే మరొక భిన్నంతో చేయడం చర్చిద్దాం.

ఒక భిన్నంతో పూర్ణ సంఖ్యను భాగించడం

ఈ క్రింది పరిస్థితులకు తగిన పరిష్కారం ఎలా దొరుకుతుందో చూద్దాం–

2 బార్ చాక్లెట్లు ఉన్నాయి. ఒక్కో బార్ $\frac{1}{2}$ భాగంగా విరిగిపోయింది. ఒకో ముక్క ఒక్కో విద్యార్థికి ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. ఎంతమంది విద్యార్థులకు చాక్లెట్ ముక్కలు వస్తాయి? తగినంత చర్చ తరువాత విద్యార్థులు రెండు బార్ చాక్లెట్లను సగం ముక్కలుగా కనుగొనాల్సిన అవసరం ఉందనే అభిప్రాయానికి చేరుకుంటారు. తద్వారా $2 \div \frac{1}{2}$ కనుగొనవలసి ఉంటుంది.

ఇంకా అటువంటి ముక్కల సంఖ్య 4 అని వారు కనుగొంటారు.

అంటే $2 \div \frac{1}{2} = 4$ అంటే, 4 విద్యార్థులకు ఒక్కొక్కరికి ఇలాంటి ముక్క వస్తుంది. ప్రతి చాక్లెట్ బార్ లో $\frac{1}{3}$ భాగమైతే ఏమవుతుంది? ఈ చర్చ $2 \div \frac{1}{3} = 6$ కి దారి తీస్తుంది. అదే క్రమంలో $2 \div \frac{1}{4} = 8$.

వీటిని $2 \div \frac{1}{2} = 4,\ 2 \div \frac{1}{3} = 6,\ 2 \div \frac{1}{4} = 8$ ..... గా వ్రాయవచ్చు.

విద్యార్థులు దీనిలో ఏదైనా క్రమం/అమరిక గమనించారేమో అడిగి తెలుసుకోవాలి. అలా అయితే $3 \div \frac{1}{4} = ?;\ 2\left(\frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{3} = ?$

విద్యార్థులు నమూనా గమనించి సోపాన క్రమాన్ని కనుగొనేందుకు ప్రేరణ కల్పించవచ్చు.

పద సమస్య

ఒక పాఠశాలలో 7 వ తరగతిలో 5 విభాగాలు ఉన్నాయి.

క్షేత్ర సందర్శనకు వెళ్లటానికి తరగతి ఉపాధ్యాయులు సంబంధిత విభాగమును $\frac{5}{6}$ భాగాలుగా విభజించవలసి ఉంది. ప్రతి భాగానికి ఒక బస్సు అవసరం అయితే, క్షేత్ర సందర్శన కొరకు ఎన్ని బస్సులు అవసరం అవుతాయి?

సాధన – క్షేత్ర సందర్శనకు అవసరమైన బస్సుల సంఖ్య 5 విభాగాల్లో గల మొత్తం భాగాల సంఖ్యకు సమానం. అది ఈ విధంగా వివరించవచ్చు.

$$5 \div \frac{5}{6} = 5 \times \frac{6}{5} = 6$$

అందువలన క్షేత్ర సందర్శనకు 6 బస్సులు అవసరం అవుతాయి.

ఉదాహరణ 4

అభ్యసన ఫలితము

విద్యార్థి రెండు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించును.

విద్యార్థి పూర్ణాంకాలు, వాటి సంకలన మరియు వ్యవకలనం గురించి తెలిసి ఉంటాడు.

గుణకార భావనను ఇప్పుడు పరిచయం చెయ్యాలి. పూర్ణసంఖ్యల యొక్క గుణకార ప్రక్రియను విద్యార్థులు అర్థం చేసుకునేందుకు అవసరమైన నిర్దిష్ట కృత్యాలను చేయడంలో నిమగ్నం చేయాలి.

పిల్లలకు నమూనాలను గురించి తగినంత అవగాహన ఉంది. ఇప్పటికే విద్యార్థులకు తెలిసిన నమూనాల ఆధారంగా, భావనలపై ఆధారపడిన కృత్యాలను మనం ఆలోచించగలం. రెండు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క లబ్ధం భావనను రూపొందించే కృత్యంలో వారు నిమగ్నులై ఉంటారు.

ఈ రకమైన లబ్ధాలను పరిచయం చేయడం ప్రారంభిద్దాం.

ధన పూర్ణసంఖ్య x ఋణ పూర్ణసంఖ్య = ఋణ పూర్ణసంఖ్య

కృత్యం 1

2 x (−3) సందర్భం చూద్దాం:

పిల్లలు తమ ప్రాథమిక తరగతుల్లో సహజ సంఖ్యల గుణకారం నేర్చుకుని ఉన్నారు. సంఖ్యలను కూడటం అనే భావనను అప్పట్లో ఉపయోగించారు.

ఉదాహరణకు 2×3 అంటే 3 ని రెండు సార్లు కూడతాము. అంటే, $3 + 3 = 6$. ఈ విధంగా ఈ ప్రక్రియను గుర్తుచేసుకోమని ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను కోరవచ్చు. 5×4, 6×8 మొదలైన మరికొన్ని ఉదాహరణలు చర్చించవచ్చు. విద్యార్థులకు సంఖ్యల సంకలనం గురించి బోధించే తరువాత మాత్రమే ఇది ప్రవేశపెట్టవలెను.

$2 \times (-3)$ ని కనుగొనడానికి ఇదే ప్రక్రియను ఉపయోగించవచ్చా? అని విద్యార్థులను అడగవచ్చు. పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం గురించి అవగాహన ఉంది. తగినంత చర్చ తరువాత తరగతి పూర్తి అవగాహనకు రావచ్చు. అందువల్ల, $2 \times (-3) = (-3) + (-3) = -6$

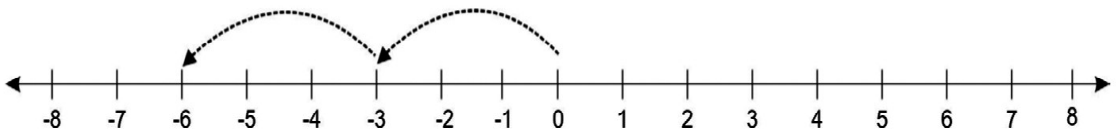
ఈ చర్చ సందర్భంగా ప్రాథమిక తరగతుల్లో చదివిన సంఖ్యల గుణకార భావనను విద్యార్థులు అనుసంధానం చేయగలరో లేదో గమనించవచ్చు. దీనిని చేయడం ఎలా అనే దానిపై చర్చ దృష్టి పెట్టే అవకాశముంది.

అదేరకమైన ఉదాహరణలను ధన పూర్ణసంఖ్య మరియు రుణ పూర్ణసంఖ్య యొక్క లబ్ధం గూర్చిన జ్ఞానం కొరకు ఇవ్వవచ్చు.

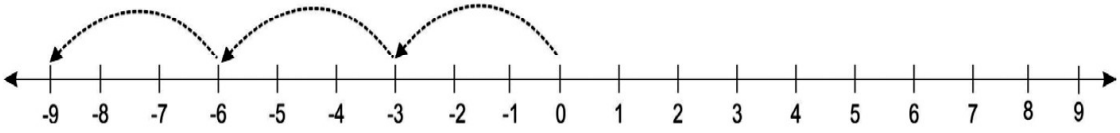
మరో విధమైన పద్ధతి ఈ దిగువ పేర్కొన్న కృత్యంలో చూపిన విధంగా ఉంటుంది

కృత్యం 2

-3 ను రెండు సార్లు కూడే ఆలోచనను కూడా సంఖ్యారేఖపై చూపించవచ్చు.



ఋణ దిశలో 3 యొక్క రెండు జంప్ లు అంటే $(-3) + (-3)$ అది -6 కు తీసుకువెళ్తుంది.



$(-3) + (-3) + (-3)$ అంటే మూడు జంప్‌లు ఋణదిశ వైపుకు ఉంటాయి. మనం -9 ని చేరతాము.

పూర్ణసంఖ్యల యొక్క ఈ దృశ్య ప్రాతినిధ్యం విద్యార్థుల దృష్టిని ఆకర్షిస్తుంది మరియు వారు లబ్ధాలను కనుగొనడమే కాకుండా ఫలితం యొక్క గుర్తును కూడా విశ్లేషిస్తారు. విద్యార్థులు తమ పరిశీలనలు వెళ్ళడించడానికి ప్రేరణ ఇవ్వాల్సిన బాధ్యత ఉపాధ్యాయుల మీద ఉంటుంది. అటువంటి లబ్ధాలకు విభిన్న ఉదాహరణలు తీసుకోవాలి. ఒకే భావనను పొందడానికి విభిన్న మార్గాలను అనుసరించేలా విద్యార్థులు వివిధ కృత్యాల్లో పాల్గొనేలా చూడాలి.

కృత్యం 3

ఒకే ఫలితం వచ్చే విధంగా వివిధ నమూనాలను ఉపయోగించవచ్చు.

-3×2 పొందడం కొరకు 3×2 తో ప్రారంభిద్దాం,

ఇది బాగా తెలిసిన విధము

$3 \times 2 = 6$ ——— (1)

$2 \times 2 = 4$ ——— (2)

$1 \times 2 = 2$ ——— (3)

$0 \times 2 = 0$ ——— (4)

6, 4, 2, 0 లబ్ధాలను పొందడంలో ఏదైనా నమూనా రూపొందుతున్నదా లేదా అని చూడటం కొరకు ఒక చర్చను నిర్వహించవచ్చు.

సోపానం (2) : $4 = 6 - 2$; అనే వాస్తవంలో ఇది స్థిరపడవచ్చు.

సోపానం (3) : $2 = 4 - 2$;

సోపానం (4) : $0 = 2 - 2$

ప్రతి వరసలోను ఫలితము నుంచి 2 తీసివేయబడినదని తెలుస్తుంది. అందువల్ల ఈ తర్కాన్ని ముందుకు కొనసాగిస్తాం.

$-1 \times 2 = 0 - 2 = -2$

$-2 \times 2 = (-2) - 2 = -4$

$-3 \times 2 = (-4) - 2 = -6$

అందువల్ల చివరికి $(-3) \times 2 = -6$ పొందుతాము.

ఈ విధానం ఉపయోగించి అటువంటి లబ్ధాలను మరిన్ని సంఖ్యతో నిర్వహించవచ్చు.

ఇప్పుడు (ఋణ పూర్ణాంకం) × (ఋణ పూర్ణాంకం) అనే సందర్భం తీసుకుందాం.

ఇంతకు ముందు కృత్యాల్లో ఉపయోగించిన విధానాన్ని ఇక్కడ కూడా ఉపయోగించవచ్చా లేదా అని చర్చించాలి.

ఈ నమూనాల ప్రక్రియను చివరగా ఆలోచించవచ్చు

$(-3) \times (-2)$ లబ్ధాన్ని తీసుకుందాం.

కృత్యము 4

$(-3) \times 3 = -9$ ... (1) తో ప్రారంభిద్దాం.

ఇది ఇంతకు ముందు కృత్యాల్లో చేసిన విషయం విద్యార్థులకు తెలిసిందే.

$(-3) \times 2 = -6$ ...(2)

$(-3) \times 1 = -3$ ...(3)

$(-3) \times 0 = 0$ ...(4)

పొందిన లబ్ధాల సరళిని గమనించమని విద్యార్థులను అడగండి. ఇక్కడ మీరు ఒక ఋణ పూర్ణాంకం మరియు ఒక ధన పూర్ణాంకం యొక్క లబ్ధం మరియు ఈ ప్రక్రియకు గురించి విద్యార్థులు అర్థం చేసుకున్నారా లేదా అనే దానిని, ఇంతకు ముందు చేసిన ప్రక్రియ ఇక్కడ వర్తింపచేయగలరా లేదా అనే దానిని మీరు మదింపు చేయవచ్చు. అన్నింటిని మించి, విద్యార్థులు లబ్ధాల యొక్క సరళిని గమనించగాలుగుతున్నారా మరియు దానిని ఇంకా ఎలా పొడిగించగలరో కూడా ఉపాధ్యాయుడు చూడవచ్చు.

ఇది చూసి ఉండవచ్చు,

సోపానం (2) లో, $-6 = (-9)+ 3$;

సోపానం (3) లో, $-3 = (-6)+ 3$;

సోపానం (4) లో, $0 = (-3)+ 3$.

ఈ నమూనాను పరిశీలించిన తర్వాత, దానిని ఈవిధంగా కొనసాగించవచ్చు;

$(-3) \times (-1) = 0 + 3 = 3$

$(-3) \times (-2) = 3 + 3 = 6$

చివరికి $(-3 \times (-2) = 6$ పొందవచ్చు.

విద్యార్థులు చేయడానికి మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వవచ్చును. విద్యార్థులు కూడా ఉదాహరణలు సృష్టించి ఒకరికొకరు ఇచ్చేలా ప్రోత్సహించాలి.

విద్యార్థులను పూర్ణసంఖ్య రకం గురించి అడగవచ్చు (అంటే, ధన లేదా ఋణ) వారు చర్చించిన రెండు రకాల లబ్ధాల్లో ఇవి లభిస్తాయి. విద్యార్థుల చేసిన పరిశీలనను మదింపు చేయాలి.

దిగువ పేర్కొన్నవాటి గురించి విద్యార్థులను అడగడం ద్వారా దీనిని మరింత అనుబంధీకరించవచ్చు.

లబ్ధ పూర్ణసంఖ్య యొక్క గుర్తు ఏమిటి ?

$(-1) \times (-1)$; $(-1) \times (-1) \times (-1)$; $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$; $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$;

$(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$, $(-2) \times (-3)$ (-5) .....

రెండు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క లబ్ధం ప్రవేశపెట్టిన తరువాత, విద్యార్థులు అటువంటి లబ్ధాలను గణనలకు ఉపయోగించవలసిన అవసరం ఉంది. కేవలం రెండు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించడానికి సమస్యలు ఇవ్వడానికి బదులుగా, అనేక సార్లు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించడం అవసరం అయ్యే ఒక ఆట ఇవ్వవచ్చు.

ఆట

ఆటలు ఉత్కంఠ, ఆనందం, భంగపాటు, సరదా అనే భావాన్ని ఇవ్వగలవు. గణితశాస్త్రంలో ఆటలను సమ్మిళితం చేయటం వల్ల గణితంపట్ల మెరుగైన దృక్పథం ఏర్పడుతుంది. పిల్లల సమస్యా పరిష్కార సామర్థ్యాల అభివృద్ధికి తోడ్పాటు అందిస్తుంది. గణితక్రీడలు ఆడేటప్పుడు జరిగే గణితచర్చలు గణిత అవగాహన అభివృద్ధికి తోడ్పడతాయి.

7 వ తరగతి గణితం పాఠ్యపుస్తకంలోని ఆట 1 చూడండి.

ఒక పెద్ద కాగితంపై 11 చిన్న పెట్టెలు 19 వరుసలు మరియు 11 నిలువు వరుసలలో గీయబడ్డాయి (పాములు మరియు నిచ్చెనలు లేదా చదరంగం ఆట లాంటిది). 1 నుండి 104 వరకు మరియు −1 నుండి − 104 వరకు గల సంఖ్యలు వాటిలో వ్రాయబడ్డాయి.

రెండు నీలం, రెండు ఎరుపు రంగు పాచికలు ఉన్న ఒక సంచి తీసుకోండి. ఒక రంగు పాచిక మీద చుక్కల సంఖ్య ధనపూర్ణసంఖ్యలకు మరియు వేరే రంగు పాచిక మీద చుక్కల సంఖ్య ఋణపూర్ణసంఖ్యలకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి. ఈ విషయం నిర్ణయించుకోవడానికి విద్యార్థుల్ని అనుమతించవచ్చు. ప్రసుత సందర్భంలో ఎరుపు రంగు పాచికలు పై చుక్కలు ధన పూర్ణసంఖ్యలు మరియు వేరే రంగు పాచికపై చుక్కలు ఋణ పూర్ణసంఖ్యలను సూచిస్తాయి.

క్లాసును విభిన్న సమూహాలు గా విభజించండి. విద్యార్థుల సాయంతో సమూహ పరిమాణం నిర్ణయించుకోవచ్చు. ప్రతి సమూహములోని విద్యార్థులు ఆట ఆడతారు. సమూహము పరిమాణం 4 అయితే...

ప్రతి ఆటగాడు కూడా 0 మార్క్ పై అతడి/ఆమె పాచికను ఉంచాలి.

ప్రతి ఆటగాడు సంచిలో పాచికలను బాగా కలిపి, చూడకుండా రెండు పాచికలు బయటకు తీస్తాడు. పాచికలు ఒకే రంగులో లేదా విభిన్న రంగుల్లో ఉండవచ్చు.

ఆటగాడు బయటకు తీసిన పాచికలపై గల సంఖ్యలను గుణించాలి.

ఒకవేళ పాచికలు ఒకే రంగులో ఉన్నట్లయితే, సంఖ్యల యొక్క లబ్ధం ధనాత్మకం, లేనిపక్షంలో అది ఋణాత్మకం అవుతుంది.

ఒకవేళ లబ్ధం ధనాత్మకం అయితే, ఆటగాడు తన పాచికని 104 వైపుకు కదిలించాలి. ఒకవేళ ఋణాత్మకం అయితే పాచికను −104 వైపుకు కదిలించాలి.

104 గాని, −104 గాని ముందు చేరే విద్యార్థి విజేతగా నిలుస్తాడు.

ఈ ఆట ఆడేటప్పుడు విద్యార్థులు పూర్ణసంఖ్యలను గుణకారం అనేకసార్లు చేయడం మరియు తమ సమూహంలో ఇతరులను గమనించడం చేస్తారు. పూర్ణసంఖ్యల గుణకారానికి సంబంధించిన వాస్తవాలు కూడా విద్యార్థులకు సుపరిచితం అవుతాయి.

ఉపాధ్యాయునిగా మీ విద్యార్థులు పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం సరిగా చేయగలుగుతున్నారా లేదా అని తెలుసుకోవడానికి మీకు అవకాశం లభిస్తుంది.

మాదిరి 5

అభ్యసన ఫలితాలు

దీర్ఘఘనాకార వస్తువుల ఉపరితల వైశాల్యం కనుగొనును.

దీర్ఘఘనాకార వస్తువుల ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొనును.

అభ్యసన లక్ష్యాలు

ఈ కృత్యం పూర్తి చేసిన తరువాత విద్యార్థులు −

సమఘనం మరియు దీర్ఘఘనములను ఏర్పరుస్తారు మరియు వాటి ఉపరితల వైశాల్యం కొరకు సూత్రాలను రాబడతారు.

దీర్ఘఘనం యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొనడం కొరకు ఒక సూత్రాన్ని రాబడతారు.

కృత్యం 1

కావలసిన వస్తువులు

కార్డ్ బోర్డ్, రూలర్, కట్టర్, సెల్లో టేప్, స్కెచ్ పెన్/పెన్సిల్, వైట్ పేపర్, చార్ట్ పేపర్.

విధానం

ప్రతి సమూహంలో నలుగురు ఉండేలా విద్యార్థులను సమూహాలుగా విభజించవచ్చు. విద్యార్థులకు కార్డ్ బోర్డ్, రూలర్, కట్టర్, సెల్లో టేప్, స్కెచ్ పెన్/పెన్సిల్, వైట్ పేపర్, చార్ట్ పేపర్ మొదలైనవి ఇవ్వాలి. ప్రతి భుజం కొలత a ప్రమాణాలు గల ఆరు సమాన చతురస్రాలు ఇమిడి ఉండే ఆకారాన్ని తయారు చేయడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించాలి. పటం 1 లో చూపించిన విధంగా ఘనవస్తువు ఏర్పడేందుకు లైన్ల మార్కింగ్ వెంబడి చతురస్రాలను మడవండి (పటం 2)

చర్చ / ప్రదర్శన

పటం 2లో ఏ రకమైన వస్తువు లభించిందో చర్చించవచ్చు. అది ఒక సమఘనం. విద్యార్థులు అది ఎందుకు సమఘనముగా ఏర్పడిందో చెప్పవచ్చు. ఇది ఒక సమఘనం యొక్క లక్షణాల గురించి విద్యార్థులకు

తెలుసో లేదో చూడటానికి ఉపాధ్యాయునికి ఒక అవకాశం ఇస్తుంది. సమఘనం యొక్క ప్రతి ముఖం కూడా భుజం 'a' ప్రమాణాలు గల ఒక చతురస్రంగా ఉంటుంది. అందువలన, సమఘనం యొక్క ఒక ముఖ వైశాల్యం a^2 చ.ప్ర.

ఒక సమఘనం యొక్క మొత్తం ఉపరితలముల సంఖ్య 6.

అందువల్ల సమఘనం యొక్క మొత్తం ఉపరితల వైశాల్యము $6a^2$ చ.ప్ర.

కృత్యం 2

చర్చ

ఒక దీర్ఘఘనకార వస్తువుకు ఎన్ని భుజాలు ఉంటాయి?

విద్యార్థులు వారి పరిసరాల్లో ఉన్న రబ్బరు, పెట్టె, గది మొదలైన విభిన్న ఆకారాలను పరిశీలించి, చర్చించిన తర్వాత పై ప్రశ్నకు సమాధానం ఇస్తారు. ఒక దీర్ఘ ఘనానికి సంబంధించిన జ్ఞానానికి విద్యార్థులు ఎంత దూరంలో ఉన్నారో కూడా ఉపాధ్యాయునికి తెలుస్తుంది.

a, b మరియు c భుజాలు కలిగిన దిగువ దీర్ఘఘనం పరిశీలించండి;

విద్యార్థులు 2D ఆకారాల వైశాల్యాలను గురించి నేర్చుకున్నారు.

దీర్ఘఘన ప్రతి ముఖం యొక్క ఆకారం ఏమిటో చెప్పమని వారిని అడగాలి.

అన్ని ముఖాలు ఒకే ఆకారంలో ఉన్నాయా?

వీటిలో ఏవి ఒకే విధంగా ఉన్నాయి, ఏవి ఒకే విధంగా లేవు?

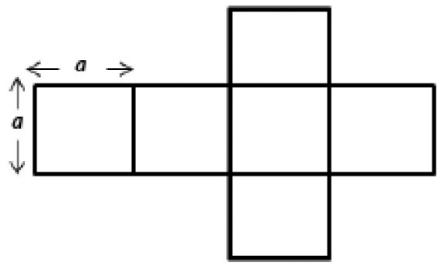


Fig. 1

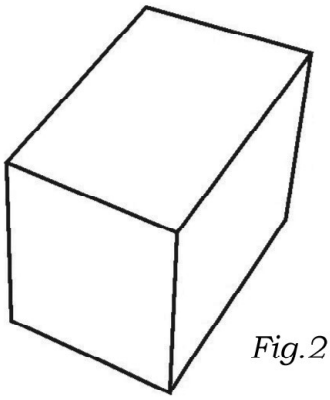


Fig. 2

అపుడు, వారు ఇచ్చిన కొలతలతో గల ప్రస్తుత 3డి ఆకారం గురించి మాట్లాడాలి.

దీర్ఘ ఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం గురించి తెలుసుకోవడానికి తగినంత సమయం ఇచ్చి చర్చ నిర్వహించాలి. అది దాని అన్ని ముఖాల యొక్క వైశాల్యాల మొత్తం అని విద్యార్థులు అర్థం చేసుకోవాలి.

a & b ప్రమాణాలు భుజాలు గల ముందు/వెనుక ముఖం వైశాల్యం = ab

ముందు మరియు వెనుక ముఖాల మొత్తం వైశాల్యం = ab + ab = 2ab

b & c ప్రమాణాలు భుజాలు గల ముఖాల మొత్తం వైశాల్యం =bc + bc = 2bc

a & c ప్రమాణాలు భుజాలు గల ముఖాల మొత్తం వైశాల్యం = ac + ac = 2ac

మొత్తం ఉపరితల వైశాల్యం = 2ab + 2bc + 2ac = 2 (ab + bc + ac)

ఒకవేళ a = b = c అయిన, ఉపరితలం వైశాల్యం = $2a^2+2a^2+2a^2=6a^2$

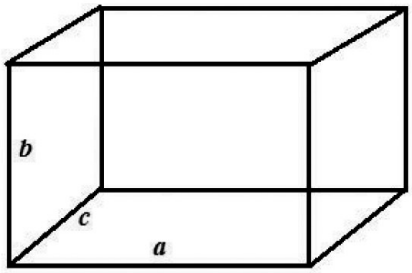
కృత్యం 3

కావలసిన వస్తువులు

ఒక దీర్ఘ ఘన వల రూపం, ప్లాస్టిక్/మట్టి, కట్టర్,రూలర్, అట్టపెట్టె.

విధానం

పొడవు *l*, వెడల్పు b మరియు ఎత్తు h (l = 4, b = 4, h = 3) గల ఒక దీర్ఘఘనం యొక్క వల తీసుకోండి.(పటం3)



పటం 3

దానిని తెరచిన దీర్ఘఘనం ఏర్పడేట్లు మడవండి.

ఈ దీర్ఘఘనాన్ని మట్టి/ప్లాస్టిసిస్ తో నింపి వల తొలగించండి.

దీర్ఘఘనాన్ని అట్టపెట్టెలో ఉంచి దాని పొడవు *l* వెంబడి నాలుగు సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలి. (పటం4)

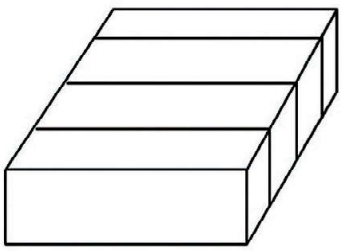


Fig.4

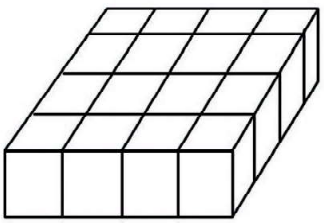


Fig.5

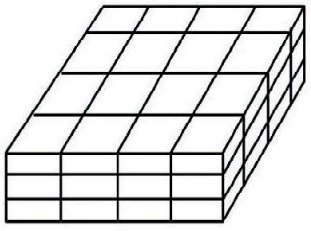


Fig.6

దీర్ఘఘనాన్ని దాని వెడల్పు b వెంబడి నాలుగు సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలి (పటం 5).

దీర్ఘఘనాన్ని దాని ఎత్తు h వెంబడి మూడు సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలి (పటం 6).

చర్చ

దీర్ఘఘనం ఒక ప్రమాణం భుజంగాగల సమ ఘనాలుగా విభజించడమైనది.

అలా ఏర్పడిన ప్రమాణ సమఘనాల సంఖ్య 48.

దీనిని $4 \times 4 \times 3$ గా వ్యక్తీకరించవచ్చు.

$1 \times 1 \times 1$ కొలతలు కలిగిన సమఘనం యొక్క ఘనపరిమాణం గురించి విద్యార్థులు తెలియజేయాలి. దీర్ఘ ఘన ఘనపరిమాణం = $4 \times 4 \times 3$ ఘన ప్రమాణాలు.అంటే, $l \times b \times h$

ఇదేవిధంగా, విద్యార్థులను 2, 4, 4 ప్రమాణాలు; 3, 4, 5 ప్రమాణాలు గల వివిధ కొలతలు కలిగిన దీర్ఘఘనాలను ఏర్పాటు చేయమని కోరాలి.

ఈ కృత్యాన్ని దీర్ఘ ఘన ఘనపరిమాణం $l \times b \times h$ అనే సూత్రం ఉత్పాదించడానికి ఉపయోగించవచ్చు. చర్చ సమయంలో విద్యార్థులు సాధారణీకరించిన సూత్రమును ఏవిధంగా రాబట్టారు అనే విషయాన్ని ఉపాధ్యాయులు గమనించాలి.