# గణిత బోధనాశాస్త్రము

# PEDAGOGY OF MATHEMATICS

## అవలోకనం (over view)

పాఠశాల విద్యలో గణితం ఒక ప్రముఖ స్థానాన్ని కలిగిఉంది. ప్రాథమిక స్థాయిలో ఇది ఒక తప్పనిసరి సబ్జెక్టు. అయితే ఇది పిల్లలలో భయం, బెరుకు మరియు ఒత్తిడిని సృష్టిస్తుందనేది చాలామంది అభిప్రాయం. తరగతి గది పరిశీలనలు తరచూ బోధించే మార్గం ఈ ఒత్తిడిని సృష్టిస్తుంది అనే దానిని చూపుతాయి. ఈ ఆందోళనను పరిష్కరించడం కొరకు ఈ మాడ్యూల్ ప్రాథమిక మరియు ప్రాథమికోన్నత దశలో ఉన్న పిల్లల్లో గణిత సామర్థ్యాలను మరియు నైపుణ్యాలను స్నేహపూర్వక బోధనాభ్యసనంలో మూల్యాంకన పద్ధతుల ద్వారా మరియు విభిన్న సామర్థ్యాలతో ఉన్న పిల్లలందరినీ అభ్యసనంలో నిమగ్నం చేసే అంశాలను సమ్మిళితం చేసి భారరహిత తరగతి గది వాతావరణంలో అభ్యసన జరిపేందుకు దోహదపడుతుంది.

### అభ్యసన లక్ష్యాలు (Learning objectives)

- ఈ మాడ్యూల్‌ను క్షుణ్ణంగా చదివిన తరువాత పిల్లల్ని అభ్యసనంలో నిమగ్నం చేయడానికి అనుసరించాల్సిన బోధనా వ్యూహాలు మరియు మూల్యంకన విధానాల గురించి ఉపాధ్యాయులు తెలుసుకోగలరు. వారు...
  - అభ్యసన ఫలితాల్లోని సామర్థ్యాలు మరియు నైపుణ్యాలను రాష్ట్ర పాఠ్యప్రణాళికతో సరిపోల్చుతారు.
  - తరగతి స్థాయి అభ్యసన ఫలితాలను సాధించడంలో పిల్లలకు సహాయపడటానికి తగిన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహిస్తారు.
  - పిల్లలందరి అభ్యసనా పురోగతిని నిరంతరం నిర్ధారించడం కొరకు బోధనా ప్రక్రియలతో మూల్యాంకనాన్ని అనుసంధానం చేయగలుగుతారు.

## గణితం యొక్క స్వభావాన్ని అర్థం చేసుకోవడం (Understanding the Nature of Mathematics)

గణిత శాస్త్రం మన ఆలోచనలను కొలవగలిగేలా ప్రామాణీకృతం చేయడానికి మరియు మన దైనందిన జీవితంలో ప్రాదేశిక భావనలను నిర్దిష్టంగా ఉపయోగించుకోవడానికి మనకు సహాయపడింది. దీనిని జీవశాస్త్రం, ఇంజనీరింగ్, వైద్యం మరియు సాంఘికశాస్త్రం సహా అనేక రంగాలలో, ఒక ఆవశ్యక సాధనంగా ప్రపంచమంతటా ఉపయోగిస్తున్నారు. గణితశాస్త్రం దైనందిన పరిస్థితులలో సహాయపడటమే కాకుండా తార్కిక భావన, అమూర్త ఆలోచన మరియు ఊహాశక్తిని కూడా అభివృద్ధి చేస్తుంది. అందువల్ల, ఇది పాఠశాల విద్యాప్రణాళికలో ఒక ముఖ్యమైన స్థానాన్ని ఆక్రమించడమే కాకుండా 10వ తరగతి వరకు ఒక తప్పనిసరి విషయమైనది.

SCERT TELANGANA

**పాఠశాల గణిత విద్యలో కొన్ని సమస్యలు (Some Problems in School Mathematics Education)**

- విద్యార్థి – నేను రెండు సహజ సంఖ్యలను గుణించినపుడు, వాటి లబ్దం రెండు సంఖ్యల కంటే పెద్దది. కాని, నేను రెండు భిన్నాలను గుణించినపుడు వాటి లబ్దం రెండు సంఖ్యలకన్న చిన్నదిగా ఉంటుంది. ఎందుకో నేను అర్థం చేసుకోలేక పోతున్నాను.
- అధిక శాతం పిల్లల్లో గణితానికి సంబంధించి భయం మరియు వైఫల్యాలు ఉంటాయి. అందువల్ల వారు ప్రారంభ స్థాయిలోనే గణితాన్ని వదిలేసి, గంభీరమైన గణిత అభ్యసనం నుండి బయటకు వెళ్ళిపోతున్నారు.
- ఈ (పాఠ్యాంశాలు) అభ్యసనలో పాల్గొనని అధిక సంఖ్యాకులనే కాకుండా, అల్ప సంఖ్యలో గల ప్రతిభావంతులైన విద్యార్థులకు కూడా సవాళ్ళను అందించకుండా నిరాశనే మిగిల్చాయి.
- సమస్యలు, అభ్యాసాలు మరియు మూల్యాంకన పద్ధతులు యాంత్రికంగాను మరియు పునరావృతమైనవిగాను ఉంటూ గణన మీదనే చాలా ఎక్కువ ప్రాధాన్యతను కలిగి ఉంటాయి.
- గణితశాస్త్రంలో అంతరాళానికి సంబంధించిన (spatial) స్పేషియల్ ఆలోచన వంటి విభాగాలకు సంబంధించిన పాఠ్యాంశాలు తగినంతగా అభివృద్ధి చెందలేదు.
- ఉపాధ్యాయులకు ఆత్మవిశ్వాసం, సంసిద్ధత, మద్దతు లోపించాయి. (NCF–2005)

**పూర్వ ప్రాథమిక (ప్రీ స్కూలు) దశలో పిల్లల్లో సంఖ్యా నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేయడం**

- పూర్వ సంఖ్యా–నైపుణ్యాలు – విభజన, వర్గీకరణ, క్రమ అమరిక మరియు ముఖాముఖి ప్రశ్నోత్తరాలు అనేవి సంఖ్యాశాస్త్ర నైపుణ్యాలు మరియు సామర్థ్యాల అభివృద్ధికి ఆధారాన్ని ఏర్పరుస్తాయి.
- పిల్లలు వస్తువులను లెక్కించడం నేర్చుకోవడానికి ముందుగా పూర్వ సంఖ్యా నైపుణ్యాల్లో ప్రావీణ్యం పొందవలసి ఉంది.
- పూర్వ సంఖ్య నైపుణ్యాలను బలోపేతం చేయడానికి పిల్లవానికి తగిన సమయం మరియు అవకాశాలను కల్పించాలి.
- వస్తువుల వర్గీకరణకు సంబంధించిన ఆచరణాత్మక చర్యలు (ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ లక్షణాల ఆధారంగా), మూర్త వస్తువుల అమరిక (వివిధ రకాలుగా) మరియు ముఖాముఖి ప్రశ్నోత్తరాలు పిల్లవానితో జరపాలి. ఎందుకంటే ఈ నైపుణ్యాలు, లెక్కించడం నేర్చుకొనే విద్యార్థికి మంచి పునాదిని ఏర్పరుస్తాయి.
- పాఠశాల పూర్వదశలో, సంఖ్యా భావన (ఖచ్చితంగా ముందుకు మరియు వెనుకకు లెక్కించగలిగే సామర్థ్యం మరియు ప్రాథమిక గణిత ప్రక్రియల ద్వారా సంఖ్యల మధ్య సంబంధాలను చూడటం); ప్రాతినిధ్యపరచడం (పదాలు, చిత్రాలు, గుర్తులు మరియు బ్లాకులు, గులకరాళ్ళు మొదలైన వస్తువులను ఉపయోగించి); ప్రాదేశిక భావన (ఆకారం, పరిమాణం, స్థలం, స్థితి, స్థానం, దిశ మరియు చలనం యొక్క భావన); కొలత (పొడవు, ఎత్తు, బరువు మరియు సమయాన్ని వారి స్వంత పద్ధతులు ఉపయోగించి మరియు తరువాత ప్రమాణాలను ఉపయోగించడం ద్వారా కనుగొనడం); అంచనా (ఏదైనా మొత్తం లేదా పరిమాణం గురించి మంచి అంచనా వేయగల సామర్థ్యం); అమరికలు (తార్కిక రీతిలో పునరావృతం అయ్యే సంఖ్యలు,

SCERT TELANGANA

ఆకారాలు, ప్రతిబింబాల ఏర్పాటు) మరియు సమస్యా సాధన (ఒక సమస్య ద్వారా దానికి ఒకటికంటే ఎక్కువ సాధనా మార్గాలు ఉంటాయని గుర్తించగలిగే ఆలోచనా సామర్థ్యం)లను ప్రవేశపెట్టడం ద్వారా పిల్లవాని ప్రారంభ గణిత నైపుణ్యాలు మరియు సామర్థ్యాలను అభివృద్ధి చేసుకోవడం కొరకు మీరు సహాయపడవచ్చు.

- పిల్లల్లో పైన పేర్కొన్న సామర్థ్యాలను అభివృద్ధి చేయడానికి కృత్రిమ పరిస్థితులను సృష్టించడానికి బదులుగా వారు ఇంటి నుంచి తీసుకొచ్చే అనుభవాలను సాధ్యమైనంత ఎక్కువగా ఉపయోగించాల్సిన అవసరం ఉంది. ఉదాహరణకు వర్గీకరణ సామర్థ్యం కోసం పిల్లలకు వస్తువులు, వ్యక్తులు, పదార్థములు మొదలైన వాటిని వర్గీకరించే అవకాశాలు ముందుగా వారికి బాగా తెలిసిన రంగు, ఆకారములతోను, తరువాత రెండు కంటే ఎక్కువ సమూహాలలో పరిమాణం, స్థితి, విన్యాసం వంటి సంక్లిష్ట లక్షణాలు గల వాటితోను కల్పించాలి.

"పాఠశాల స్థాయిలో గణిత విద్య యొక్క ప్రధాన లక్ష్యం ఏమిటి?" అనే ఒక ముఖ్యమైన ప్రశ్నకు ఇది మనల్నితీసుకువెళుతుంది. మనం విద్యార్థులలో కేవలం సంఖ్యాశాస్త్ర సంబంధిత నైపుణ్యాలను పెంపొందించి, వారిని ఉద్యోగరీత్యా వయోజనులను చేయాలని కోరుకుంటున్నామా? లేక దీర్ఘకాలంలో సమాజంయొక్క సామాజిక ఆర్థికాభివృద్ధికి దోహదపడే ఆలోచనాపరులైన వ్యక్తులను కోరుకుంటున్నామా? సమాజంలో ఆలోచించే వ్యక్తులను అభివృద్ధి చేసే ఈ విషయం కోసం పాఠశాల స్థాయిలో గణిత విద్యకు ఎక్కువ ప్రాధాన్యత ఉంది.

ఈ మాడ్యూల్‌లో విద్యార్థులు గణితం గురించి ఆలోచించడానికి మరియు వారి ఆలోచనా ప్రక్రియలను గణితీకరణ చేయగల మార్గాలను మనం చర్చించబోతున్నాం. గణితం అంటే ఏమిటో చూడటం ద్వారా మనం ప్రారంభిద్దాం. 'మాథెమాటిక్స్' (Mathematics) అనే పదము గ్రీకు పదం అయిన 'మథెమా (Mathema) నుండి ఉద్భవించింది. 'మథెమా' (Mathema) అంటే సైన్సు (Science) అని అర్థం. ఆక్స్‌ఫర్డ్ నిఘంటువు గణితశాస్త్రాన్ని "అంతరిక్షం, సంఖ్యలు మరియు పరిమాణ శాస్త్రం"గా నిర్వచిస్తుంది.

ప్రాథమికంగా గణితం అనేది కొలతలు, నమూనాలు మరియు సౌష్టవాల యొక్క అధ్యయనానికి సంబంధించిన ఒక విధానం. ఈ పద్ధతి, చర్చించాల్సిన భావనల యొక్క నిర్వచనాలను రూపొందించడం మరియు తర్కానికి ఆధారమైన ఊహల యొక్క స్పష్టమైన ప్రకటనను కలిగి ఉంటుంది. ఈ నిర్వచనాలు మరియు ఊహలు నుండి ఖచ్చితమైన తర్కం అన్వయించడం ద్వారా నిర్ధారణలు చేరుకోబడతాయి.

**గణిత శాస్త్ర స్వభావం**

- సొంత భాషలు. ఉదా: గణిత భావనల పదాలు, గుర్తులు, సూత్రాలు మరియు నియమాలు
- మొత్తం విశ్వంలో ఎక్కడైనా, ఎప్పుడైనా ఒకేలా ఉండేది విజ్ఞానమే.
- ఇది ఆగమన-నిగమన తర్కాన్ని కలిగియుండి, విశ్వవ్యాప్తంగా ఏ ప్రతిపాదననైనా సాధారణీకరించగలవు.
- ఇది ఖచ్చితమైన శాస్త్రం. దాని పరిజ్ఞానం ఎల్లప్పుడూ స్పష్టంగా, తార్కికంగా మరియు క్రమబద్ధంగాను, సులభంగా అర్థం చేసుకొనేలా ఉంటుంది.
- అమూర్త భావనలను మూర్త రూపంలోకి మార్చడం ఇందులో ఇమిడి ఉంటుంది. దీని జ్ఞానం విజ్ఞానశాస్త్రం, దాని వివిధ శాఖల అధ్యయనంలోను అన్వయించబడుతుంది.

SCERT TELANGANA

కరదీపిక
9

## ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితం (Mathematics at the Primary Level)

ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయుల పని ఎంత కీలకమో, సమాజం మొత్తం ప్రశంసించవలసి ఉంది. ప్రాథమిక పాఠశాల ఉపాధ్యాయులు పెద్ద బాధ్యతను కలిగి ఉంటారు మరియు పాఠశాల యొక్క తరువాతి సంవత్సరాల్లో విద్యార్థి ఎలా మరియు ఏమి నేర్చుకుంటాడు అనే దానిని నిర్ణయించగలవారై ఉంటారు. ప్రాథమిక స్థాయిలో బోధించడానికి జ్ఞానం మరియు నేర్పులను కలిగిన నిర్దిష్ట నైపుణ్యం అవసరం. అలాంటి నైపుణ్యతను తన పని గురించి ఆలోచిస్తూ, తన బోధనను మెరుగుపర్చుకోవడానికి నిర్విరామ కృషి చేయడం ద్వారా కొంత కాల వ్యవధిలో సంపాదించుకోవచ్చు. పిల్లల ఆలోచనా ధోరణి ఈ దశలో తమకు బాగా పరిచయం ఉన్న మూర్త వస్తువుల చుట్టూ తిరుగుతూ ఉంటుంది. అందువల్ల, అన్ని బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు, పిల్లలను మూర్త వస్తువులతో వివిధ ప్రక్రియలు చేయడంలో నిమగ్నం చేయడంపై దృష్టి సారించాలి. ఈ దశలో బోధనాభ్యసనం అనేది విభిన్న భావనలు, సామర్థ్యాలు మరియు నైపుణ్యాలతో వ్యవహరించేటప్పుడు దిగువ పేర్కొన్న కార్యకలాపాల క్రమాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

**పాఠశాల గణితానికి దార్శనికత (Vision for School Mathematics)**

- పిల్లలు భయపడకుండా గణితాన్ని ఆస్వాదించడం నేర్చుకుంటారు.
- పిల్లలు ముఖ్యమైన గణితాన్ని నేర్చుకుంటారు–గణితం అనేది సూత్రాలు మరియు యాంత్రిక ప్రక్రియల కంటే అతీతంగా ఉంటుంది.
- పిల్లలు గణితాన్ని మాట్లాడటానికి, వ్యక్తపరచడానికి, తమలో తాము చర్చించుకోవడానికి, కలిసి పనిచేయటానికి ఉపయోగపడేదిగా చూస్తారు.
- పిల్లలు అర్థవంతమైన సమస్యలను సంధించి, పరిష్కరిస్తారు.
- పిల్లలు సంబంధాల్ని గ్రహించటానికి, నిర్మాణాలను చూడడానికి, కారణాలు చెప్పడానికి, ప్రకటనల సత్య– అసత్యాలను వాదించడానికి అమూర్తీకరణాలను ఉపయోగిస్తారు.
- గణితం యొక్క ప్రాథమిక నిర్మాణాన్ని పిల్లలు అర్థం చేసుకుంటారు. అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం మరియు త్రికోణమితి, పాఠశాల గణితం యొక్క ప్రధాన అంశాలు అన్నీ కూడా అమూర్తీకరణ, నిర్మాణాత్మకత మరియు సాధారణీకరణం కొరకు బోధనావిధానాలను అందిస్తాయి.
- ప్రతిఒక్కరూ గణితశాస్త్రాన్ని నేర్చుకోగలరు అనే నమ్మకంతో ఉపాధ్యాయులు తరగతిలోని ప్రతి పిల్లవాడిని గణిత అధ్యయనంలో నిమగ్నం చేస్తారు. (NCF-2005)

### అనుభవాలు *(Experiences)*

మూర్త వస్తువులు మరియు సవరించదగిన బొమ్మలు, అభ్యసన సామాగ్రి మొదలైన వాటిద్వారా చాలా అనుభవాలను అందించడం అనేది ఏదైనా కొత్త భావనను ప్రారంభించడానికి చాలా కీలకం. ఈ దశలో అనుభవాలు తరగతి గదుల లోపల, వెలుపల జరిగే కార్యక్రమాలతో బలమైన అనుసంధానం కలిగి ఉండాలి. పిల్లలకు ఇవ్వాల్సిన నియోజనాలు అన్వేషణాత్మక పద్ధతిలో ఉండాలి తద్వారా వారు అభ్యసించిన అంశాలను వారి యొక్క దైనందిన జీవితంతో ఆపాదించుకుంటారు.

SCERT TELANGANA

ఉదాహరణకు, సంఖ్యల కూడికకు విద్యార్థులు వారి పరిసరాలలో వస్తువులను ముందు రెండు సమూహాలుగాను, తరువాత వాటిని కలిపి మరలా లెక్కించేలాగా చేయాలి.

ప్రారంభంలో యాపిల్స్ లేదా ఏదైనా పండ్ల వంటి ఒకే రకమైన వస్తువులను అందించి,వాటిని కలిపి లెక్కించి మొత్తం యాపిల్స్ సంఖ్యను చెప్పి పిల్లలు అటువంటి సమూహాలను కలుపడం మరియు సంఖ్యల మొత్తాన్ని కనుగొనడం గురించి ఆత్మవిశ్వాసం పొందిన తరువాత, సమస్యలను సృష్టించే అవకాశాలను వారికి కల్పించాలి.

235 + 367 = 602 అని తెలిస్తే 234 + 369 ఎంత? సమాధానం ఎలా కనిపెట్టావు? 5384లో ఏదైనా ఒక అంకె మార్చండి.

సంఖ్య విలువ పెరిగిందా లేక తగ్గిందా? ఇప్పుడు పిల్లవాడు ఉమ్మడి లక్షణం గల విభిన్న సమూహాలకు చెందిన వస్తువులను, ఉదాహరణకు ఒక సమూహం బాలురు మరియు ఒక సమూహం బాలికతో కలపడం ద్వారా విద్యార్థులు/ పిల్లల యొక్క సమూహాన్ని ఏర్పరచవచ్చు. ప్రాథమికంగా సమూహంలోని అన్ని వస్తువులను లెక్కించడం ద్వారా వాటి మొత్తం సంఖ్యను పొందుతారు. తరువాత పిల్లలు అన్ని వస్తువులను మరలా లెక్కించడానికి బదులు సులభంగా వాటిని లెక్కించడానికి తమతమ మార్గాలను రూపొందించుకోవచ్చు.

### భాష *(Language)*

పిల్లలు అందరూ తమ అనుభవాలను, పరిశీలనలు మరియు పరికల్పనలను మౌఖికంగా వివరించడానికి తగిన అవకాశాలను కల్పించాలి. ఇటువంటి చర్చ సమయంలో పిల్లలు ప్రశ్నలను రూపొందించడం, విషయానికి సంబంధించిన కొత్త పదాలను, భాషా నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేసుకుంటారు. ఉదాహరణకు, ఐదు నక్షత్రాల సమూహాన్ని మూడు నక్షత్రాల యొక్క మరొక సమూహంతో కలిపినపుడు, చివరకు పొందిన సమూహంలో మొత్తం నక్షత్రాలు ఎనిమిది.

### చిత్రరూప ప్రదర్శన *(Pictoral Presentation)*

పిల్లలను చిత్రాలకు వివరణ చెప్పడం మరియు సంబంధిత సమాచారాన్ని కనుగొనడంలో నిమగ్నం చేయాలి. అలాంటి చిత్రాలు ఒక సమస్యను, దాని పరిష్కారాలను కూడా చూపిస్తాయి.

☆ ☆ ☆ ☆ ☆ మరియు ☆ ☆ ☆ కలిసి ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ☆ ఏర్పరుస్తాయి.

ఉన్నత తరగతుల్లో పిల్లలు గణిత భావనలు/పరిష్కారాలను పటరూపంలో/బొమ్మలతో సూచించే విధానాలను నేర్చుకోవడాన్ని ఇది సులభతరం చేస్తుంది.

### సంజ్ఞలు *(Symbols)*

చివరికి పిల్లలకు సంజ్ఞలు ఉపయోగించి సమాచారాన్ని ప్రాతినిధ్య పరచడానికి మరియు వివరణ చెప్పడానికి అవకాశాలను కల్పించాలి.

ఉదాహరణకు, 5 + 3 = 8

SCERT TELANGANA

తమ పరిశీలనలను సంజ్ఞలు మరియు వాటికి అర్థాన్ని జత చేయడానికి అభ్యాసకులను ప్రోత్సహించాలి. ఇంకా వాటిని గణిత సంజ్ఞలు, సంకేతాలు మరియు గణిత ప్రక్రియల గుర్తులు ఉపయోగించి సమాసాలు లేదా సమీకరణాలు తయారు చేయడానికి ప్రోత్సహించాలి.

పిల్లలు తమ ఆలోచనలను సంక్షిప్తమైన మరియు సరళమైన పద్ధతిలో వ్యక్తం చేయడానికి ఇది దోహదపడుతుంది. చదవడం మరియు రాయడం, భావవ్యక్తీకరణ మరియు సమస్యా పరిష్కారానికి సంబంధించిన ఇతర నైపుణ్యాలను అభివృద్ధి చేయడం అనేది సమీకృత రీతిలో జరుగుతుంది.

## గణితంతో భాష మరియు పరిసరాల విజ్ఞానాల అనుసంధానం

## (Integration of Language and Environmental Studies with Mathematics)

పాఠశాలలో ప్రారంభం తరగతులలో, అనగా 1 మరియు 2వ తరగతులలో, పిల్లలు ఒకటి లేదా రెండు భాషలు మరియు గణితశాస్త్రాన్ని మాత్రమే అధ్యయనం చేస్తారు. అయితే, వారి పరిసరాలను అర్థం చేసుకోవడం, భాషను మెరుగైన భావ వ్యక్తీకరణ మరియు అవగాహన కొరకు ఒక సాధనంగా మరియు సమస్యా పరిష్కారంలో గణిత పదాలు మరియు ఆలోచనలను ఉపయోగించడం అనేవి ఈ విషయంలో మాత్రమే ఏకీకృతం చేయబడ్డాయి. ముఖ్యంగా ప్రారంభ గణిత బోధన-అభ్యసన జరుగుతున్నపుడు, ఉపాధ్యాయులు పిల్లల యొక్క సమగ్రాభివృద్ధిపై దృష్టి కేంద్రీకరించాలి, దీనిలో గణితం, భాషలు మరియు పరిసరాల విజ్ఞానం వంటి వాటిని పిల్లలకు బాగా పరిచయమైన వాటి నుండి, వారి పరిసరాలు నుంచి తీసుకున్న ఉదాహరణలు ద్వారా సమీకృత రీతిలో అభివృద్ధి చేయాలి. ఉదాహరణకు, సంఖ్యల గురించి మాట్లాడేటప్పుడు, వారి పరిసరాల్లో ఈ సంఖ్యలు ఎక్కడ కనిపిస్తాయి. వారి దైనందిన జీవితంలో సంఖ్యలు మరియు సంఖ్యా కార్యకలాపాలను వారు ఎలా ఉపయోగిస్తారు. సంఖ్యల పేర్లు మరియు గుర్తులు ఉపయోగించకుండా విభిన్న పరిస్థితులను వారు ఏవిధంగా వివరించగలరు? మొదలైన వాటి గురించిన చర్చను తరగతి గదుల్లో చేపట్టాలి. ఇలాంటి చర్చల వల్ల వారు ఏ భాషదైనా గణితశాస్త్ర పదజాలాన్ని, చిహ్నాలను బలమైనదిగా భావించాలి. ఉదాహరణకు, కొలతల గురించి చర్చించే సమయంలో, ఉపయోగించే ప్రమాణాలు రోజువారీ వినియోగం ద్వారా అభివృద్ధి చెందుతాయి మరియు ఏ భాషలోనైనా వ్యక్తం చేయడానికి ప్రాతిపదికను ఏర్పరుస్తాయి.

> పాఠ్యప్రణాళికలలో వివిధ సబ్జెక్టులుగా జ్ఞానాన్ని విభజించడం జరిగింది. ఎందుకంటే పిల్లల విద్యాభ్యాసం అనేది పరిసరాలతో పరస్పరం వ్యవహరించేటప్పుడు అతని / ఆమె మనస్సులో తలెత్తే అనేక ప్రశ్నలకు సమాధానాలను కనుగొనే ప్రక్రియ. ఈ సంపూర్ణ తపనను పిల్లలు పాఠశాల లోపల మరియు బయట విషయాల సరిహద్దులు దాటి ఆస్వాదించగలిగేలా చూడాలి.

## ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో గణితం (Mathematics at Upper Primary Stage)

ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో గణితం అనేది ఒక పెద్ద సవాలు. విద్యార్థి యొక్క అనుభవం మరియు వాతావరణానికి దగ్గరగా ఉండటం మరియు అమూర్తత్వం కావడం అనే ద్వంద్వ పాత్రను నిర్వహించాల్సి ఉంటుంది. పిల్లలు తరచూ కేవలం ఆలోచనల పరంగా పని చేయలేరు. వారు అర్థాన్ని కనుగొనడానికి సౌకర్యంగా వారి అనుభవానికి, సందర్భం మరియు / లేదా నమూనాలు అనుసంధానం చేయాలి. ఈ దశ, వివిధ సందర్భాలను ఉపయోగించేటప్పుడు

SCERT TELANGANA

పిల్లలను నిమగ్నంచేయడంలోను, క్రమేపీ అటువంటి పరాధీనత నుంచి వారిని దూరం చేయడంలో సవాలును విసురుతుంది. కాబట్టి పిల్లలు సందర్భోచితంగా ఉపయోగించాల్సిన సూత్రాలను గుర్తించగలగాలి. అవి సందర్భాలపై ఆధారపడకూడదు లేదా వాటికే పరిమితం కాకూడదు. మాధ్యమిక పాఠశాలలో పురోగమిస్తుంటే ఈ విధంగా చేయడం యొక్క ఆవశ్యకత పిల్లలకు మరింత ఎక్కువగా ఉంటుంది. ఉదాహరణకు, 5వ తరగతి వరకు పిల్లలు సంఖ్యలను దృశ్యీకరించి లెక్కించడం చేస్తారు. 6వ తరగతిలో పిల్లలకు ఋణ సంఖ్యలు మరియు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క చర్చ వస్తుంది. సంఖ్యల్లోగల వివిధ నమూనాలను పిల్లలు గమనించడం మరియు సాధారణీకరించడం కూడా చేసి ఉండవచ్చు. ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో పిల్లలు బీజగణితాన్ని అంకగణితం యొక్క సాధారణీకరణం వలే నేర్చుకోవడం ప్రారంభిస్తారు. సంఖ్యలను సంజ్ఞలు / అక్షరాలలో రాయడం మరియు సంఖ్యల నమూనాల యొక్క పరిశీలన తరువాత తగిన రుజువులను ఏర్పాటు చేయడం ద్వారా సాధారణీకరణను ఖచ్చితమైన, సంక్షిప్త రీతిలో ఉంచడంలో ఇది సాయపడుతుంది. అన్నింటినీ మించి ఈ స్థాయిలో రేఖాగణితం యొక్క అధ్యయనం శీర్షాలు, కోణాలు, అంచులు మరియు ఉపరితలాల ఆధారంగా ద్విమితీయ, త్రిమితీయ ఆకారాలను విశ్లేషించడం ద్వారా వాటి యొక్క లక్షణాలను అన్వేషించడం మరియు సాధారణీకరణ చేయడం లక్ష్యంగా పెట్టుకుంది. ఒక సరళ సంవృత పటం (బహుభుజి) యొక్క అంతర కోణాల మొత్తం, 180 డిగ్రీలకు దాని భుజాల సంఖ్య కంటే 2 తక్కువ రెట్లు. ఒక త్రిభుజం మరియు దాని యొక్క సర్వ సమాన త్రిభుజం కలిసి ఒక సమాంతర చతుర్భుజాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. అందువల్ల త్రిభుజ వైశాల్యం సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యంలో సగం ఉంటుంది. తరువాత పిల్లవాడు అటువంటి సాధారణీకరణలకు రుజువులను అభివృద్ధి చేయడం ఆశిస్తారు. ఇది 10వ తరగతి మరియు 12వ తరగతి వరకు కొనసాగుతుంది.

## బోధనాధ్యయన ప్రక్రియలు (Pedagogical Process)

గణితం అభ్యసనం మీద అనేక కారకాలు ప్రభావం చూపించవచ్చు, అయితే గణిత శాస్త్ర పనితీరులో ఉపాధ్యాయులు ఒక ముఖ్యమైన పాత్రను పోషిస్తారు. కాబట్టి సమర్థవంతమైన గణితశాస్త్ర బోధన ఎలా కనిపిస్తుందో, ఈ పద్ధతిని అనుసరించడానికి ఉపాధ్యాయులు ఏమి చేయగలరో మనం అర్థం చేసుకోవాలి. ఒక గణిత ఉపాధ్యాయుడికి గణితం బాగా తెలిసినట్లయితే, అతడు లేదా ఆమె గణితశాస్త్రాన్ని బోధించగలిగే అత్యుత్తమ వ్యక్తి అని సమాజంలో ఒక సాధారణ నమ్మకం ఉంది. కానీ "గణితశాస్త్రాన్ని బోధించడం తెలియడం" అంటే ఏమిటి? గణితశాస్త్రంలో మాత్రమే జ్ఞానం కలిగి ఉండటం ఒక వ్యక్తికి గణితశాస్త్ర బోధనకు సహాయపడదు. గణితాన్ని ఏవిధంగా బోధించాలి అనే అంశంలో అతడు/ఆమెకు మంచి పరిజ్ఞానం కూడా ఉండాలి. గణితంలో జ్ఞానాన్ని, గణితాన్ని ఎలా బోధించాలి అనే విషయాలను కలిపి సాధారణంగా బోధనాశాస్త్ర విషయ పరిజ్ఞానం (Pedagogical Content Knowledge-PCK) అని పిలుస్తారు.

గణితాన్ని ఆనందమయం చేయడం కొరకు దిగువ పేర్కొన్న కొన్ని కీలక చర్యలు అవసరం అవుతాయి.

- పాల్గొనడం
- పరిశీలనలు
- పరికల్పనలు చేయడం మరియు వాటిని సరిచూడటం
- సమస్యలు రూపొందించడం

- సమస్యా సాధన
- ప్రాతినిధ్యం మరియు దృశ్యీకరణ
- అనుసంధానాలను ఏర్పరచడం
- కారణాలను క్రమబద్ధంగా చెప్పగలడం
- గణితపరమైన భావప్రసారం

జాతీయ సాధనా సర్వే 2017లో అభ్యసన ఫలితాల ఆధారంగా, జాతీయ స్థాయిలో గణితంలో 3, 5 మరియు 8 తరగతులలో నమోదైన సరైన ప్రతిస్పందనల శాతం (సగటు) కింది విధంగా ఉంది.

3వ తరగతి - 64%

5వ తరగతి - 53%

8వ తరగతి - 42%

రాష్ట్ర / కేంద్రపాలిత ప్రాంత సగటు సాధన మరియు జిల్లా సగటు సాధన గురించి మనకు తెలుసా?

వివరాలు http://www.ncert.nic.in/programmes/NAS/SRC.htmlలో లభ్యమగును.

గణితంలో మన విద్యార్థుల అభ్యసన ఫలితాలను ఏవిధంగా మెరుగుపరచాలి అనేదానికి మనం తీవ్రంగా ఆలోచించి ప్రతిస్పందించాల్సి ఉంది.

## తరగతి వారీగా అభ్యసన ఫలితాలు (Class-wise Learning Outcomes)

### *1వ తరగతి*

అభ్యాసకులు

- ఆకారం, పరిమాణం మరియు ఇతర పరిశీలనా గుణాలు, దొర్లడం మరియు జారడం వంటి కొన్ని భౌతిక లక్షణాల ఆధారంగా వస్తువులను వర్గీకరిస్తాడు, సంఖ్యల పేర్లు వల్లెవేయడం మరియు 20 వరకు ఉన్న భౌతిక వస్తువులను, చిత్రాలను మరియు గుర్తులను లెక్కిస్తారు.
- 1 నుంచి 20 వరకు సంఖ్యలతో పని చేస్తారు.
    - 1 నుంచి 9 వరకు ఉండే సంఖ్యలను ఉపయోగించి వస్తువులను లెక్కిస్తారు.
    - 20 లోపు ఉన్న సంఖ్యలను పోలుస్తారు. ఉదాహరణకు,తరగతిలోని బాలికల, బాలుర సంఖ్యలలో ఏది పెద్దదో చెబుతారు.
- నిత్య జీవితంలో 1 నుంచి 20 వరకు సంఖ్యల కూడిక మరియు తీసివేతలను వినియోగిస్తారు.
    - మూర్త వస్తువులను ఉపయోగించి 9 వరకు గల సంఖ్యలతో సంకలన న్యాయాలను నిర్మిస్తారు. ఉదాహరణకు 3 + 3 గణనకు 3 నుంచి 3 అడుగులు ముందుకు లెక్కించి 3 + 3 = 6 అని నిర్ధారిస్తారు.



SCERT TELANGANA

- 1 నుంచి 9 వరకు సంఖ్యలు ఉపయోగించి తీసివేతలు చేస్తారు. ఉదాహరణకు, విద్యార్థి 9 వస్తువుల సమూహము నుండి నుండి 3 వస్తువులను తీసివేసి, మిగిలిన వస్తువులను లెక్కించి $9 - 3 = 6$ అని నిర్ధారణకు వస్తారు.
- 9 లోపు ఉన్న సంఖ్యల వరకు కూడిక మరియు తీసివేతకు సంబంధించిన నిత్య జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.

- 99 వరకు సంఖ్యలను గుర్తించి వాటిని సంజ్ఞలలో రాస్తారు.
- తన స్వంత భాషలో వివిధ ఘనపదార్థాలు/ ఆకారాల యొక్క భౌతిక లక్షణాలను వివరిస్తారు. ఉదాహరణకు బంతి జారుతుంది, ఒక పెట్టె దొర్లుతుంది మొదలగునవి.
- ఒక వేలు, జాన, మూర, అడుగు, మొదలైన ప్రామాణికత లేని కొలతలు ఉపయోగించి అంచనా వేయడం మరియు లెక్కించడం చేస్తారు.
- ఆకారాల మరియు సంఖ్యల అమరికలను పరిశీలించడం, విస్తరించడం మరియు సృష్టించగలడు. ఉదాహరణకు, ఆకారాలు/ వస్తువులు/ సంఖ్యలు మొదలైన వాటిని క్రమంలో అమర్చడం.
    - 1, 2, 3, 4, 5, ...........
    - 1, 3, 5, ............
    - 2, 4, 6, ..............
    - 1, 2, 3, 1, 2, .........., 1, ..... 3, ...........
- సేకరించడం, నమోదు చేయడం (చిత్రాలు/ సంజ్ఞలు ఉపయోగించి) మరియు దృశ్యాలు చూసి సరళమైన సమాచారానికి వివరించగలరు. (ఉదాహరణకు, ఒక తోట యొక్క చిత్రంలో పిల్లవాడు విభిన్న పువ్వులను చూస్తారు మరియు నిర్ధిష్ట రంగు పువ్వులు ఎక్కువగా ఉన్నాయి అని చెబుతారు.)
- 'సున్నా' అనే భావనను అభివృద్ధి చేసుకుంటారు.

### *2వ తరగతి*

అభ్యాసకులు

- రెండు అంకెల సంఖ్యలతో పని చేస్తారు.
    - 99 లోపు ఉన్న సంఖ్యలను చదవడం, సంజ్ఞలు ఉపయోగించి రాయడం చేస్తారు.
    - రెండంకెల సంఖ్యలను రాయడం మరియు పోల్చడంలో స్థానవిలువలు ఉపయోగిస్తారు.
    - రెండంకెల అతి పెద్ద మరియు అతి చిన్న సంఖ్యలను ఏర్పరుస్తారు. (ఇవ్వబడ్డ అంకెలను పునరావృతం చేస్తూ మరియు పునరావృతం చేయకుండా).

SCERT TELANGANA

- ♦ రెండంకెల సంఖ్యలపై ఆధారపడిన సరళమైన రోజువారీ జీవిత సమస్యలు/ పరిస్థితులను పరిష్కరిస్తారు.
- ♦ రెండంకెల సంఖ్యల తీసివేత ఆధారంగా రోజువారీ జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- ♦ 3 - 4 నోట్లు మరియు నాణేములు ఉపయోగించి రూ. 100/- వరకు మొత్తాన్ని తెలుపుతారు. (ఒకే రకమైన/ వివిధ విలువలు గల ఆట సొమ్ము)

- ప్రాథమిక 3D మరియు 2D ఆకారాలను వాటి యొక్క పరిశీలించదగ్గ లక్షణాలతో వివరిస్తారు.
  - ♦ దీర్ఘఘనం, స్థూపం, శంఖువు మరియు గోళం వంటి ప్రాథమిక 3D ఆకారాలను వాటి పేర్లతో గుర్తిస్తారు.
  - ♦ సరళ మరియు వక్రరేఖల మధ్య భేదాన్ని చూపిస్తారు.
  - ♦ వివిధ స్థితులలో (orientations) సరళరేఖలను గీస్తారు/ చూపిస్తారు (నిలువుగా, అడ్డుగా, వాలుగా).
- కర్ర/ పెన్సిల్, కప్పు/ చెంచా/ బకెట్ వంటి ఏకరీతిలోని ప్రమాణికత లేని వాటిని ఉపయోగించి పాత్రల యొక్క పొడవు/ దూరాలు మరియు పరిమాణాలను అంచనా వేయడం మరియు లెక్కించడం చేస్తారు.
- సాధారణ త్రాసు ఉపయోగించి వస్తువులను భారమైనవి/ తేలికైనవిగా పోల్చడం చేస్తారు.
- సంవత్సరంలోని నెలలు మరియు వారములోని రోజులను గుర్తిస్తారు.
- గంటలు/ రోజుల పరంగా వాటి వ్యవధి ప్రకారం సంభవించే సంఘటనలను క్రమబద్ధీకరిస్తారు. ఉదాహరణకు, పిల్లవాడు ఇంట్లో కంటే ఎక్కువ కాలం పాఠశాలలో ఎక్కువ కాలం ఉంటాడా?
- సమీర్ ఇంటిలో ఉపయోగించే వాహనాల సంఖ్య, యాంజలీనా ఇంటిలో ఉపయోగించే వాహనాల సంఖ్యకన్నా ఎక్కువ, వంటి సమీకరించిన సమాచారం ఆధారంగా అంచనాలకు వస్తాడు.

***3వ తరగతి***

అభ్యాసకులు

మూడు అంకెల సంఖ్యల తో పని చేస్తారు.

- స్థాన విలువను ఉపయోగించి 999 వరకు సంఖ్యలను చదివి, రాస్తారు.
  - ♦ అంకెల యొక్క స్థాన విలువలను బట్టి వాటి 999 కంటే చిన్నవైన సంఖ్యలను పోలుస్తారు.
  - ♦ మొత్తం విలువ 999 మించకుండా ఉండే మూడు అంకెల సంఖ్యల కూడిక మరియు తీసివేతను ఉపయోగించి సరళ మైన నిజ జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.



SCERT TELANGANA

- ♦ 2, 3, 4, 5 మరియు 10 యొక్క గుణకార సత్యాలు (టేబుల్స్) ని నిర్మించి దైనందిన జీవిత సమస్యల సాధనకు ఉపయోగిస్తారు.
- ♦ సందర్భాన్ని లేదా సన్నివేశాన్ని విశ్లేషించి దానికి తగిన సంఖ్యా ప్రక్రియను అనువర్తిస్తారు.
- ♦ సమాన సమూహాలు / పంపిణీ ద్వారా మరియు పునరావృత తీసివేత ద్వారా భాగహారం యొక్క అర్థాన్ని వివరిస్తారు. ఉదాహరణకు 12 నుండి 3 వస్తువులు గల సమూహాలను పదేపదే తీసివేయడం ద్వారా $12 \div 3$ విలువ 4 అని తెలుసుకుంటారు.

- సమూహం చేసి, విడిగాను చిన్న మొత్తంలో ద్రవ్యాన్ని కూడిక, తీసివేత చేస్తారు.
- ధరల పట్టికలు మరియు సరళమైన బిల్లులు తయారు చేస్తారు.
- 2D ఆకారాల గురించి అవగాహన పొందుతారు.
    - ♦ కాగిత మడతలు, చుక్కల గ్రిడ్ కాగితం కత్తిరించడం, సరళరేఖలను ఉపయోగించడం మొదలైన వాటి ద్వారా 2D ఆకారాలను గుర్తిస్తారు.
    - ♦ భుజాలు, అంచులు మరియు కర్ణాల సంఖ్య ద్వారా 2D ఆకారాలను వివరిస్తారు. ఉదాహరణకు, పుస్తక ముఖచిత్రానికి 4 భుజాలు, 4 మూలలు మరియు రెండు కర్ణాలు ఉంటాయి.
    - ♦ ఇచ్చిన టైల్‌ను ఉపయోగించి ఎలాంటి ఖాళీలు లేకుండా ఇచ్చిన ప్రాంతాన్ని నింపుతారు.
- సెంటీమీటర్లు లేదా మీటర్లు వంటి ప్రామాణిక యూనిట్లను ఉపయోగించి పొడవు మరియు దూరాన్ని అంచనా వేయడం మరియు లెక్కించడం మరియు వాటి మధ్య సంబంధాలను గుర్తిస్తారు.
- సాధారణ త్రాసు ఉపయోగించి, ప్రామాణిక యూనిట్‌లు-గ్రాములు మరియు కిలోగ్రాములను ఉపయోగించి వస్తువుల బరువు కనుగొంటారు.
- ప్రామాణికం కాని యూనిట్‌ల (కొలతల) పరంగా విభిన్న పాత్రల సామర్థ్యాన్ని పోలుస్తారు.
- నిజ జీవితంలో గ్రాములు మరియు కిలోగ్రాముల సంకలనం వ్యవకలనం ఇమిడి ఉండే కృత్యాలు చేస్తారు.
- క్యాలెండర్ పై ఒక నిర్దిష్ట రోజును మరియు తేదీని గుర్తిస్తారు.
- గడియారం / వాచీ ఉపయోగించి గంటలలో సమయాన్ని సరిగ్గా చదువుతారు.
- సరళమైన ఆకారాలు మరియు సంఖ్యల క్రమాలను విస్తరిస్తారు.
- గణన చిహ్నాలను ఉపయోగించి సమాచారమును నమోదు చేయడం, పటములో ప్రాతినిధ్యం వహించడం మరియు ముగింపులను ఇస్తారు.

SCERT TELANGANA

***4వ తరగతి***

అభ్యాసకులు

- నిజ జీవితంలో సంఖ్యలపై గణిత ప్రక్రియలను అనువర్తిస్తారు.
    - 2 మరియు 3 అంకెల సంఖ్యలను గుణిస్తారు.
    - బొమ్మలు (చుక్కలను గీయడం ద్వారా), సమాన సమూహాల ఏర్పాటు లేదా పునరావృత తీసివేత మరియు భాగహారం-గుణకారం మధ్య గల సంబంధాన్ని ఉపయోగించడం వంటి వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించి ఒక సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో భాగిస్తారు.
    - చతుర్విధ గణిత ప్రక్రియలు ఉపయోగించడం ద్వారా డబ్బు, పొడవు, ద్రవ్యరాశి మరియు సామర్థ్యాలకు సంబంధించిన సరళమైన నిజ జీవిత సమస్యలను రూపొందిస్తారు మరియు పరిష్కరిస్తారు.
- భిన్నములతో పని
    - కాగితపు మడతలు మరియు వస్తువుల సమూహములు ఉపయోగించి మొత్తంలో సగభాగం, నాల్గవ భాగం, మూడవ భాగంలను గుర్తిస్తారు.
    - సగభాగం, పావు, ముప్పావు భిన్నాలను సంఖ్యలు / సంజ్ఞలు ఉపయోగించి సూచిస్తారు.
    - ఒక భిన్నం యొక్క సమాన భిన్నాలను చూపిస్తారు.
- తనచుట్టూ గల వస్తువుల యొక్క ఆకారాల గురించి అవగాహన ఏర్పరచుకుంటాడు.
    - వృత్తం యొక్క కేంద్రం, వ్యాసార్ధం మరియు వ్యాసాన్ని గుర్తిస్తారు.
    - నేలపై బిళ్ళలు పరచడం కొరకు ఉపయోగించగల ఆకారాలను కనుగొంటారు.
    - ఇచ్చిన వల రూపాలను ఉపయోగించి సమఘనములు / దీర్ఘఘనములను తయారు చేస్తారు.
    - పరావర్తనం వల్ల సౌష్టవం అనే భావనను కాగితపు మడతలు / కత్తిరింపులు, సిరా చుక్కలు మొదలైన వాటి ద్వారా చూపిస్తారు.
    - సరళమైన వస్తువులను ముందు నుండి చూస్తే, పై నుండి చూస్తే మరియు ప్రక్క నుండి చూస్తే ఎలా కనబడతాయో గీయగలరు.
- సరళ జ్యామితీయ ఆకారాలు (త్రిభుజం, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం) యొక్క వైశాల్యం మరియు చుట్టుకొలతను ఇచ్చిన ఒక ప్రమాణ ఆకారం లో వ్యక్తపరుస్తాడు. ఉదాహరణకు, ఒక బల్ల పైభాగం పై పూర్తిగా పరచగల పుస్తకాల సంఖ్య.
- మీటరును సెంటీమీటరుగాను సెంటీమీటరును మీటరుగాను మారుస్తారు.
- రెండు ప్రాంతాల మధ్య ఉండే దూరం / వస్తువు యొక్క పొడవు, వివిధ వస్తువుల యొక్క బరువు, ద్రవాల ఘనపరిమాణం మొదలైన వాటిని అంచనా వేస్తారు మరియు వాస్తవ కొలతల ద్వారా వాటిని సరిచూస్తారు.

- నాలుగు గణిత ప్రక్రియలకు సంబంధించిన పొడవు, దూరం, బరువు, ఘనపరిమాణం మరియు కాలములకు సంబంధించిన దైనందిన జీవితమునకు సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- గడియారం చూసి కాలాన్ని గంటలు, నిమిషాలలో AM మరియు PM లలో వ్యక్తపరుస్తారు.
- 24 గంటల గడియారం, 12 గంటల గడియారంల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుస్తారు.
- రోజువారీ జీవిత ఘటనల కాల వ్యవధిని / అంతరాలను ముందుకు లేదా వెనకకు కూడిక / తీసివేత పద్ధతిలో లెక్కిస్తారు.
- గుణకారం మరియు భాగహారంలలోని క్రమాన్ని గుర్తిస్తారు (9 యొక్క గుణిజముల వరకు).
- సౌష్టవం ఆధారంగా ఏర్పడిన జ్యామితీయ నమూనాలను పరిశీలించడం, గుర్తించడం మరియు విస్తరించడం చేస్తారు.
- సేకరించిన సమాచారాన్ని పట్టికలు మరియు సోపాన చిత్రాలలో ప్రాతినిధ్యం వహిస్తారు మరియు వీటిపై వ్యాఖ్యానిస్తారు.

### *5వ తరగతి*

అభ్యాసకులు

- పెద్ద సంఖ్యలతో పనిచేస్తాడు
  - తన పరిసరాల్లో ఉపయోగించే 1000 కంటే పెద్దవైన సంఖ్యలను చదువుతారు మరియు రాస్తారు.
  - సంఖ్యల యొక్క స్థాన విలువలను అర్థం చేసుకోవడం ద్వారా 1000కి మించిన సంఖ్యల చతుర్విధ గణిత ప్రక్రియలను చేయగలుగుతారు.
  - ప్రామాణిక సోపాన క్రమ విధానం ఉపయోగించి ఇచ్చిన సంఖ్యను మరొక సంఖ్యతో భాగాహారం చేస్తారు.
  - ప్రామాణిక సోపాన క్రమ విధానం ఉపయోగించడం లేదా ఒక సంఖ్యను చిన్న చిన్న భాగాలుగా విభజించి తరువాత ప్రక్రియ చేయడం వంటి విభిన్న వ్యూహాలు ఉపయోగించి మొత్తము, భేదం, లబ్దం మరియు భాగఫలములను అంచనా వేస్తారు. ఉదాహరణకు, 9450ని 25తో భాగించడానికి, 9000ని 25తో, 400ని 25తో, చివరగా 50ని 25తో భాగించి, వచ్చిన ఈ అన్ని భాగాఫలాలను కూడడం ద్వారా ఫలితం పొందడం.
- భిన్నాల గురించి అవగాహన పొందడం
  - ఒక మొత్తంలో కొంత భాగానికి సంబంధించిన సంఖ్యను కనుగొంటారు.
  - ఇచ్చిన భిన్నం యొక్క సమాన భిన్నాలను గుర్తిస్తారు మరియు కొత్తవి ఏర్పరుస్తారు.



SCERT TELANGANA

- ♦ ఇచ్చిన భిన్నాన్ని దశాంశ రూపంలోను మరియు దశాంశ రూపం నుండి భిన్న రూపంలోను వ్యక్తపరుస్తారు. ఉదాహరణకు, పొడవు మరియు డబ్బు యొక్క ప్రమాణాలను ఉపయోగించడంలో - 40 మీ.లో పావు వంతు 10మీ, రూ.10లో సగం రూ.5
- ♦ సంఖ్యను భిన్నరూపం నుండి దశాంశ రూపంలోను మరియు దశాంశ రూపం నుండి భిన్న రూపంలోను వ్యక్తపరుస్తారు.

- కోణాలు మరియు ఆకారాల యొక్క భావనల అన్వేషణ
  - ♦ కోణాలను లంబకోణం, అల్పకోణం, అధిక కోణంగా వర్గీకరిస్తారు మరియు వాటిని గీయడం, ప్రతులను తయారు చేయగా ద్వారా ప్రాతినిధ్యపరుస్తారు.
  - ♦ తనకు అతి సమీపమున పరిసరాలలో గల అక్షరాలు మరియు ఆకారాలు వంటి భ్రమణ, పరావర్తన సౌష్టవాలు కలిగిన 2D ఆకారాలను గుర్తిస్తారు.
  - ♦ ఈ లక్ష్యం కొరకు రూపొందించబడ్డ వలరూపములు ఉపయోగించి సమఘనం, స్థూపం మరియు శంఖువులను తయారు చేస్తారు.
- పొడవు, బరువు మరియు ఘనపరిమాణానికి సంబంధించి సాధారణంగా ఉపయోగించే విభిన్న చిన్న ప్రమాణాలను పెద్ద ప్రమాణాలు గాను, పెద్ద ప్రమాణాలను చిన్న ప్రమాణాలుగాను మారుస్తారు.
- ఒక బక్కెట్ యొక్క ఘనపరిమాణం, ఒక మగ్ ఘనపరిమాణానికి 20 రెట్లు అని తెలిసిన వాటి ఆధారంగా, వస్తువుల ఘనపరిమాణం అంచనా వేస్తారు.
- డబ్బు, పొడవు, ద్రవ్యరాశి, సామర్థ్యం మరియు కాలవ్యవధులు ఇమిడి ఉన్న సమస్యల సాధనలో చతుర్విధ గణిత ప్రక్రియలు వినియోగిస్తారు.
- త్రిభుజ సంఖ్య మరియు చతురస్ర సంఖ్యలోని సరళిని గుర్తిస్తారు.
- వివిధ నిత్య జీవితపు పరిస్థితులకు సంబంధించిన సమాచారం సేకరించి, దానిని పట్టిక రూపంలో మరియు సోపాన చిత్రంలో ప్రదర్శిస్తాడు మరియు దానిని వివరిస్తారు.

***6వ తరగతి***

అభ్యాసకులు

- తగిన గణిత ప్రక్రియలను (సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం మరియు భాగహారం) ఉపయోగించి పెద్ద సంఖ్యలతో కూడిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- సంఖ్యలను సరి, బేసి, ప్రధాన, సాపేక్ష ప్రధాన, మొదలైన సంఖ్యలుగా స్థూల వర్గీకరణను (అమరికల ద్వారా) గుర్తిస్తారు మరియు ప్రశంసిస్తారు.
- క.సా.గు. లేదా గ.సా.భా. లను పరిస్థితికి అనుగుణంగా అన్వయిస్తారు.

- పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనంలతో కూడిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- డబ్బు, పొడవు, ఉష్ణోగ్రత మొదలైనవాటితో కూడిన వివిధ సందర్భాలలో భిన్నాలు మరియు దశాంశాలను ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు, 7 ½ మీటర్ల వస్త్రం, రెండు ప్రాంతాల మధ్య దూరం 112.5 కిలో మీటర్లు మొదలగునవి.
- భిన్నాలు మరియు దశాంశాల సంకలనం, వ్యవకలనాలతో కూడిన నిజ జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- ఇచ్చిన సందర్భానికి వివిధ ప్రక్రియలతో కూడిన చల రాసులను ఉపయోగించి సాధారణీకరిస్తారు. ఉదాహరణకు $x$ ప్రమాణాలు, 3 ప్రమాణాలు భుజాల కొలతలుగా గల దీర్ఘచతురస్ర చుట్టుకొలత $2(x+3)$ ప్రమాణాలు.
- వివిధ సందర్భాలలో నిష్పత్తులు ఉపయోగించి పరిమాణాలను పోలుస్తారు. ఉదాహరణకు, ఒక తరగతిలో బాలికలు, బాలుర నిష్పత్తి 3:2.
- వివిధ రకాల పద సమస్యల పరిష్కారంలో ఏక వస్తు పద్ధతిని ఉపయోగిస్తారు. ఉదాహరణకు, ఒక డజను నోటు పుస్తకాల ఖరీదు ఉంటే, అతడు మొదట 1 నోట్ పుస్తకం ఖరీదు కనుగొనడం ద్వారా 7 నోట్ పుస్తకాల ఖరీదు కనుగొంటారు.
- సరళరేఖ, రేఖాఖండం, సంవృత మరియు వివృత పటాలు, కోణము, త్రిభుజం, చతుర్భుజం, వృత్తం మొదలైన జ్యామితీయ భావనలను పరిసరాలలో గల ఉదాహరణల సాయంతో వివరిస్తారు.
- కోణాలపై గల అవగాహనను ఈ విధంగా ప్రదర్శిస్తారు.
    - ♦ పరిసరాలలో గల కోణాలను గుర్తించడం.
    - ♦ వాటి కొలమానం ప్రకారం కోణాలను వర్గీకరించడం.
    - ♦ $45^\circ$, $90^\circ$ మరియు $180^\circ$ను ప్రామాణిక కోణాలుగా ఉపయోగించి కోణాల కొలతను అంచనా వేయడం.
- రేఖా సౌష్టవంపై గల అవగాహనను ఈ విధంగా ప్రదర్శిస్తారు.
    - ♦ ఒకటి లేదా అంతకంటే ఎక్కువ రేఖలపరంగా సౌష్టవంగా ఉండే ద్విమితీయ (2D) ఆకారాలను గుర్తించడం
    - ♦ 2D సౌష్టవ ఆకారాలను సృష్టించడం
- కోణాలు మరియు భుజాల ఆధారంగా త్రిభుజాలను విభిన్న సమూహాలు/ రకాలుగా వర్గీకరించడం. ఉదాహరణకు – భుజాల ఆధారంగా విషమబాహు, సమద్విబాహు లేదా సమబాహు త్రిభుజము మొదలైనవి.
- వాటి భుజాలు/ కోణాల ఆధారంగా చతుర్భుజాలను విభిన్న సమూహాలు/ రకాలుగా వర్గీకరించడం.
- గోళము, సమ ఘనం, దీర్ఘ ఘనం, స్థూపం, శంఖువు వంటి వివిధ 3D వస్తువులను పరిసరాల నుండి గుర్తిస్తారు.

SCERT TELANGANA

- 3D వస్తువుల యొక్క అంచులు, శీర్షాలు మరియు ముఖాలకు ఉదాహరణలను ఇచ్చి, వివరిస్తారు.
- తరగతి గది యొక్క నేల, సుద్దముక్కల పెట్టె మొదలైన దీర్ఘచతురస్రాకార వస్తువుల యొక్క చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యం కనుగొంటారు.
- గత ఆరు నెలల్లో కుటుంబంలో వివిధ రకాల వస్తువులపై చేసిన (సేకరించిన/ ఇచ్చిన) ఖర్చుల సమాచారాన్ని పట్టిక, పటచిత్రం మరియు సోపాన చిత్రం (బార్ గ్రాఫ్) రూపంలో ఏర్పాటు చేస్తాడు మరియు వాటికి వివరణ చెబుతారు.

### *7వ తరగతి*

అభ్యాసకులు

- రెండు పూర్ణ సంఖ్యల గుణకార, భాగాహారాలు చేస్తారు.
- భిన్నాల గుణకార, భాగహారంపై వ్యాఖ్యానిస్తారు.
- ఉదాహరణకు, ఎలా? మరియు ఎన్ని ఐతే అది అవుతుంది? అని కూడా అన్వయించుకుంటారు.
- భిన్నాలు / దశాంశాలను గుణించడానికి మరియు భాగించడానికి సోపాన క్రమ విధానాలు ఉపయోగిస్తారు.
- అకరణీయ సంఖ్యలకు సంబంధించిన దైనందిన జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- పెద్ద సంఖ్యల గుణకార, భాగహారములు ఇమిడి ఉన్న సమస్యలను సరళీకృతం చేయడానికి సంఖ్యల యొక్క ఘాత రూపాన్ని ఉపయోగిస్తారు.
- దైనందిన జీవిత సన్నివేశాలను సరళ సమీకరణం రూపంలో సూచిస్తారు మరియు దానిని పరిష్కరిస్తారు.
- బీజగణిత సమాసముల సంకలనం/ వ్యవకలనం చేస్తారు.
- అనుపాతంలో ఉన్న రాశులను గుర్తించగలరు. ఉదాహరణకు 15, 45లకు గల నిష్పత్తి, 40, 120లకు గల నిష్పత్తి సమానమగుట వల్ల 15, 45, 40, 120లు అనుపాతంలో ఉన్నాయని చెబుతారు.
- శాతం నుంచి భిన్నం మరియు భిన్నం నుండి శాతంకు మార్చుటను కూడిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- బారువడ్డీ ప్రకారం వడ్డీ రేటు మరియు లాభం/ నష్టం శాతం లెక్కిస్తారు.
- వాటి యొక్క లక్షణాల ఆధారంగా కోణాల జతలను రేఖీయ, సంపూరక, పూరక, ఆసన్న, శీర్షాభిముఖ కోణాలుగా వర్గీకరిస్తారు మరియు వాటిలో ఒక కోణం విలువ ఇచ్చినట్లయితే రెండవ కోణం విలువను కనుగొంటారు.
- ఒక తిర్యక్ రేఖ రెండు సరళ రేఖలను ఖండిస్తున్నప్పుడు ఏర్పడే వివిధ కోణాల జతల యొక్క గుణాలను సరిచూస్తారు.
- త్రిభుజం యొక్క రెండు కోణాలు తెలిసినట్లయితే తెలియని మూడవ కోణాన్ని కనుగొంటారు.

SCERT TELANGANA

త్రిభుజాల యొక్క సర్వసమానత్వమును గురించి వివరిస్తాడు-

వాటి గురించి ఇవ్వబడ్డ సమాచారం ఆధారంగా (భు.భు.భు, భు.కో.భు, కో.భు.కో, లం.క.భు).

- స్కేలు మరియు ఒక వృత్తలేఖిని ఉపయోగించి, ఇచ్చిన రేఖకు దానిపై లేని ఒక బిందువు నుండి సమాంతర రేఖను గీస్తారు.
- యూనిట్ గళ్ళ కాగితం / గ్రాఫ్ కాగితంను ఉపయోగించడం ద్వారా సంవృత పటాల వైశాల్యం అంచనా వేస్తారు.
- దీర్ఘచతురస్రం మరియు చతురస్రంతో ఆవరించబడిన ప్రాంతాల వైశాల్యాలు గణిస్తారు.
- ఆమె / అతడి రోజువారీ జీవిత సందర్భాల నుండి లభించే సరళమైన సమాచారాన్ని ప్రాతినిధ్య విలువలైన సగటు, మధ్యగతం మరియు బాహుళకములను కనుగొంటారు.
- నిజజీవితంలో, తన తరగతిలోని విద్యార్థుల ఎత్తులోని వైవిధ్యాలు మరియు నాణాన్ని ఎగరవేసినపుడు వచ్చే ఘటనల అనిశ్చితిని గుర్తిస్తారు.
- విద్యుత్ వినియోగం అనేది వేసవికాలంలో కంటే శీతాకాలాల్లో తక్కువగా ఉంటుంది, మొదటి 10 ఓవర్లలో ఒక టీమ్‌చే చేయబడిన పరుగుల సంఖ్య మొదలైన సమాచారానికి సోపానచిత్రం (బార్ గ్రాఫ్) ఉపయోగించి భాష్యం చెబుతారు.

### *8వ తరగతి*

అభ్యాసకులు

- అకరణీయ సంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం మరియు భాగహారం యొక్క లక్షణాలను సాధారణీకరణం చేస్తారు.
- ఇచ్చిన రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య సాధ్యమైనన్ని అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొంటారు.
- 2, 3, 4, 5, 6, 9 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా నియమాలను నిరూపిస్తారు.
- వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించి సంఖ్యల యొక్క వర్గము, ఘనము, వర్గమూలము మరియు ఘన మూలములను కనుగొంటారు.
- పూర్ణ సంఖ్యా ఘాతాలతో కూడిన సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- చలరాశులు ఉపయోగించి పజిల్స్ (చిక్కు ప్రశ్నలు) మరియు నిత్య జీవిత సమస్యలను పరిష్కరిస్తారు.
- బీజీయ సమాసములను గుణిస్తారు. ఉదాహరణకు, $(2x-5)(3x^2+7)$ ను విస్తరిస్తారు.
- దైనందిన జీవితంలోని సమస్యల పరిష్కారంలో వివిధ రకాల బీజగణిత సర్వ సమీకరణాలను ఉపయోగిస్తారు.

SCERT TELANGANA

- డిస్కౌంట్, VAT మరియు చక్రవడ్డీని కనుగొనడం, లాభ మరియు నష్టాల సన్నివేశాల్లో శాతం యొక్క భావనను అన్వయిస్తారు. ఉదాహరణకు, ప్రకటన వెల మరియు వాస్తవ డిస్కౌంట్ ఇచ్చిన సందర్భంలో డిస్కౌంట్ శాతం లెక్కిస్తారు లేదా ఒక లావాదేవీలో కొన్న ధర మరియు లాభం ఇచ్చినపుడు లాభ శాతం కనుగొంటారు.
- అనులోమ మరియు విలోమ నిష్పత్తుల ఆధారంగా సమస్యలను సాధిస్తారు.
- 'కోణాల మొత్తం' ధర్మాన్ని ఉపయోగించి చతుర్భుజం యొక్క కోణాలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధిస్తారు.
- సమాంతర చతుర్భుజాల ధర్మాలను సరిచూస్తారు మరియు తార్కిక ఆలోచనల ద్వారా వాటి మధ్య సంబంధాన్ని స్థాపిస్తారు.
- కాగితం, నల్లబల్ల మొదలైన ఒక తలం యొక్క ఉపరితలంపై 3D ఆకృతులకు రూపొందిస్తారు.
- వివిధ అమరికల ద్వారా యూలర్ సంబంధాన్ని సరిచూస్తారు.
- వృత్తలేఖిని మరియు స్కేల్ ఉపయోగించి విభిన్న చతుర్భుజాలు నిర్మిస్తారు.
- స్క్వేర్ గళ్ళ కాగితం / గ్రాఫ్ కాగితం ఉపయోగించడం ద్వారా సమలంబ చతుర్భుజం (ట్రెపీజియం) మరియు ఇతర బహుభుజుల వైశాల్యాలు అంచనా వేస్తారు మరియు సూత్రాలను ఉపయోగించి సరిచూస్తారు.
- బహుభుజి యొక్క వైశాల్యం కనుగొంటారు.
- సమఘనం మరియు స్థూపం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం మరియు ఘన పరిమాణం కనుగొంటారు.
- సోపాన చిత్రాలు (బార్ చార్టులు) మరియు వృత్తరేఖా చిత్రాలు (పై చార్టులు) గీస్తారు మరియు వివరణ ఇవ్వగలరు.
- పాచికలు మరియు నాణేలు పదేపదే విసిరిన తర్వాత గతంలో జరిగిన లేదా అందుబాటులో ఉన్న సమాచారం ఆధారంగా భవిష్యత్ సంఘటనల అవకాశాలను పరికల్పన చేస్తారు.

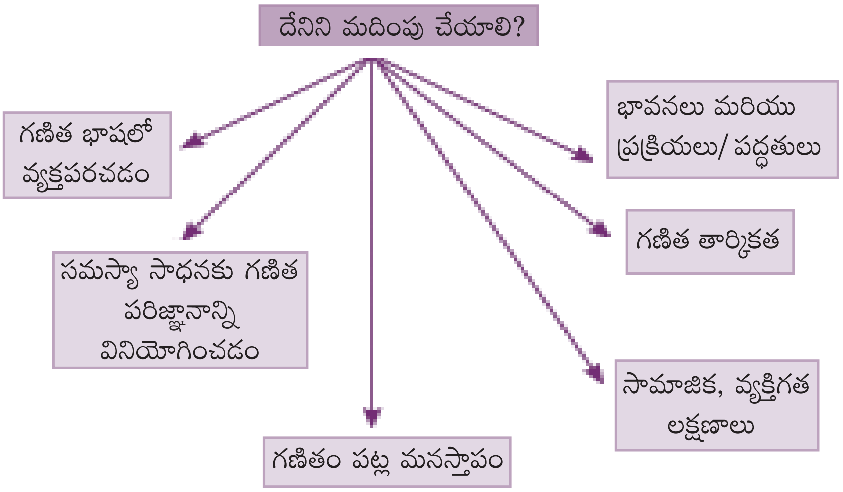
## ఎలిమెంటరీ (ప్రాథమికోన్నత) స్థాయి గణిత మదింపు (Assessment in Mathematics at the Elementary Stage)•

ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితాభ్యసనాన్ని మదింపు చేయాలనే దృష్టి పిల్లలు ఏవిధంగా నేర్చుకుంటారు అనే దానిపై ఉండాలి. మదింపులో దృష్టి సారించవలసిన విషయాలు

- పిల్లలు గణితం ఎలా నేర్చుకుంటారు అనేదానిపై అవగాహన.
- గణిత భావన యొక్క అభివృద్ధి మరియు నిత్య జీవితంలో వాటి అనువర్తనం.
- పిల్లల సామాజిక, వ్యక్తిగత లక్షణాల అభివృద్ధి.

SCERT TELANGANA

గణితంలో ప్రధానంగా ఏ అవసరాలను విస్తృతంగా అంచనా వేయాలో ఇపుడు చూద్దాం. ఈ అంశాలు దిగువ పటంలో ఉన్నాయి.




ప్రాథమిక స్థాయిలో గణితశాస్త్రాన్ని బోధించేటప్పుడు అడిగే అతి సాధారణమైన ప్రశ్న–"గణిత అభ్యసనం విషయంలో దేనిని మదింపు చేయాలి?"

మీరు వెతుకుతున్న దాని గురించి మిమ్మల్ని మీరు ప్రశ్నించుకోండి. గణితశాస్త్ర అభ్యసన విషయానికి సంబంధించినంత వరకు, పాఠశాల గణితం యొక్క విశాల దృక్పథాన్ని పరిశీలిస్తే, పిల్లలు గణితమును "సంభాషించడానికి, తమలో తాము చర్చించుకోవడానికి, కలిసి పనిచేయటానికి" అని సాధారణంగా అంగీకరించవచ్చు.

దిగువ పేర్కొన్న సామర్థ్యాలకు సంబంధించి విద్యార్థిని విధిగా మదింపు చేయాలి:

- గణిత సత్యాలు, గణాంకాలు మొదలైన వాటిని క్రోడీకరించడానికి కారణాలను తెలుసుకోవడం
- సంబంధాలను అవగతం చేసుకోవడం, నిర్మాణాలను చూడటం, సత్యసంధతను తార్కికంగా వాదించడం మరియు ప్రవచనాల అసత్యతను నిరూపణ చేయడం కొరకు అమూర్త భావనలను ఉపయోగించడం.
- గణితంలోని వివిధ శాఖలు – అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, దత్తాంశ నిర్వహణ క్షేత్రమితి మొదలైన వాటి యొక్క ప్రాథమిక నిర్మాణాన్ని అర్థం చేసుకోవడం.
- అమూర్త భావనలను మరియు సాధారణీకరణలను తమంతట తాము అర్థం చేసుకొని వివిధ రకాలుగా అన్వయించడం.
- నేర్చుకున్న గణిత భావనలను దైనందిన జీవిత పరిస్థితులకు సంబంధించిన సమస్యలను పరిష్కరించడం.
- బృంద కార్యకలాపాలను నిర్వహించేటప్పుడు ఒకరికొకరు సహకరించుకొని సహాయపడడం.

పాఠశాల ఆధారిత మదింపు (SBA) గురించి మాడ్యూల్‌లో వివరించిన విధంగా మదింపు కొరకు వివిధ రకాల మూల్యాంకన సాధనాలను ప్రతిరోజూ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలతో మిళితం చేయాలి. అభ్యసన ఫలితాలకు సంబంధించి అవసరమైన నైపుణ్యాలను సాధించడానికి ప్రాథమిక స్థాయిలో గణిత బోధన గురించి వివరించడానికి కొన్ని ఉదాహరణలను ఇచ్చారు.

SCERT TELANGANA

## దృష్టాంతం (Exempler)-I

ఈ కృత్యం పూర్వ ప్రాథమిక పాఠశాల చివరి సంవత్సరంలో లేదా ఒకటవ తరగతి ప్రారంభంలో నిర్వహించవచ్చు.

**అభ్యసనా ఫలితం (Learning outcome) :**

1 నుంచి 9 వరకు వస్తువులను కలిగిన సమూహాలకు సంఖ్యల పేర్లను ఉపయోగించడం

### ఈ కృత్యం యొక్క లక్ష్యం :

పిల్లవాడు–

- ఇచ్చిన సమూహానికి సంబంధించిన సంఖ్యల పేర్లను చెప్పడం
- 1 నుంచి 10 వరకు సంఖ్యల పేర్లను సృష్టించి క్రమంలో అమర్చడం

**అవసరమైన సామాగ్రి :**

పద్యం / కథలకు అనుసంధానించదగిన దృశ్య / శ్రవణ పరికరాలు

**విధానం :**

- సాధారణంగా పిల్లలు తరగతి గదిలోకి ప్రవేశించడానికంటే ముందే అంకెల అనుభవాన్ని పొంది ఉంటారు. ఉదాహరణకు, "నాకు ఇంకా ఒక బిస్కెట్ కావాలి", "నాకు రూ .5 ఇవ్వండి", "2 రోజుల తరువాత నాన్నగారి ఇంటిని సందర్శించాలి" మొదలైన దైనందిన జీవిత మాటల్లో పెద్దలు సంఖ్యల పేర్లను ఉపయోగిస్తూ ఉండటాన్ని చూసి ఉంటారు.
- కొంతమంది పిల్లలకు ఇప్పటికే సంఖ్యల పేర్లు (యాదృచ్ఛికం మరియు/లేదా క్రమంలో) తెలిసి ఉండవచ్చు. ఒక పిల్లవాడు, సంఖ్యల పేర్లు లేదా లెక్కించే పేర్లను ముఖ్యంగా సరైన క్రమంలో సందర్భానికి అనుగుణంగా అన్వయించేలా చేయడం ఈ కృత్యం యొక్క లక్ష్యం.
- సంఖ్యల పేర్లు చేర్చిన చిన్నచిన్న పద్యాలు పఠించడం (తరగతి 1 అభ్యాసకులకు తగినది), పాటలు, ఆటలు లేదా కథలు (యాదృచ్ఛికంగా మరియు ఇచ్చిన క్రమంలో) ద్వారా తరగతి గదిలో అభ్యసకులు సంఖ్యల పేర్లను క్రమంలో గ్రహించడానికి సహాయపడవచ్చు.
- ఒక పద్యాన్ని ఇచ్చారు. ఉపాధ్యాయులు తమ స్థానిక భాషలో ఇలాంటి ఎన్నో పద్యాలను తెలుసుకోవచ్చు.

  *ఒకటి ఒకటి ఒకటి*

  *ఒక చిన్న పాప*

  *ఒక రొట్టె తింటుంది*

  (ఒక సంఖ్యలో ఉండే ముక్కు, ఆకాశంలో సూర్యుడు మొదలైన వస్తువులను చూపించాలి మరియు ఒక సంఖ్యలో ఉండే శరీర భాగాలను తాకడం లేదా చూపించమని పిల్లలను అడగాలి.)

రెండు రెండు రెండు

ఇద్దరు చిన్న పాపలు

తోటకు వెళుతున్నారు

(రెండు సంఖ్యలో ఉండే కళ్ళు, సైకిల్ చక్రాలు మొదలైన వస్తువులను చూపించాలి మరియు రెండు సంఖ్యలో ఉండే శరీర భాగాలను, వస్తువులను తాకడం లేదా చూపించమని పిల్లలను అడగాలి.)

మూడు మూడు మూడు

మూడు పచ్చని చిలుకలు ఎగురుతున్నవి చూడుము

నాలుగు నాలుగు నాలుగు

నాలుగు ఆకలి కుక్క పిల్లలు

ఎంత తిన్నా తీరదు ఆకలి

ఐదు ఐదు ఐదు

ఐదు తేనెటీగలు

వెళుతున్నవి ఇప్పుడే గూడుకు

(9వ సంఖ్య వరకు వస్తువుల సమూహాలు వచ్చువరకు గేయాన్ని కొనసాగించాలి)

పాల్గొనేందుకు సందేహిస్తున్న వారితో సహా తరగతిలో ఉన్న పిల్లలందరికీ కూడా అవకాశాలను కల్పించాలి. వివిధ సామర్థ్యాలతో ఉన్న పిల్లలను వారి పరిశీలనల ప్రకారం ఉదాహరణలను ఉదహరించమని కోరాలి.

## దృష్టాంతం (Exempler)-II

ప్రాథమిక పాఠశాల విద్యార్థులు సాధారణంగా జ్యామితీయ భావన 'కోణం'ను అర్థం చేసుకోవడంలో ఇబ్బందులను ఎదుర్కొంటారు. వారు దీన్ని అర్థం చేసుకోవడంలో ఎందుకు ఇబ్బంది పడుతున్నారు?

ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులకు ఈ భావనను అర్థం చేయించడంలో వారికి సహాయపడే విధానం వల్ల ఎక్కువ సార్లు ఈ ఇబ్బంది కలుగుతుంది.

కొన్ని పాఠ్యపుస్తకాల్లో ఇచ్చిన ప్రామాణిక గణితశాస్త్ర పదజాలాన్ని ఉపయోగించి ఒక కోణాన్ని నిర్వచించడం బదులుగా మనం రోజువారీ జీవితములో లభించే విభిన్న మరియు దృశ్యమాన పరిస్థితులను సద్వినియోగం చేసుకోవాలి.

అవి :

- రహదారి కూడళ్ళ వద్ద ఉండే ఖండనలు, కత్తెరలు, గడియారం యొక్క ముళ్ళు మొదలైనవి.
- బల్ల ఉపరితలం యొక్క అంచులు, అగ్గిపెట్టె అంచులు మొదలైనవి.

SCERT TELANGANA

- భుజం లేదా మలవడం వల్ల ఏర్పడే ఆకారం.
- వాలు బల్ల, ర్యాంపులు, ఇంటి పైకప్పులు, కొండ వాలు, రైల్వే సిగ్నల్స్, పిల్లల పార్కులో జారుడు బల్ల, మరియు
- తలుపు తెరువడం మరియు మూయడంలో భ్రమణం,కారు అద్దం తుడిచేది (వైపర్), గాలి పంఖా, చక్రం యొక్క ఊచలు మొదలైనవి.

ఇటువంటి పరిస్థితులు కోణం యొక్క భావనను ఒక క్రమపద్ధతిలో అభివృద్ధి చేయడానికి చాలా అవకాశాలను అందిస్తున్నాయి. ప్రాథమిక తరగతుల్లో రేఖాగణితం మరియు వివిధ అనుబంధ అంశాలను నేర్చుకునేందుకు మౌలికమైన ఆకారం కోణం కనుక, కోణం యొక్క భావనను అధ్యయనం చేయడం అనేది అత్యంత ముఖ్యమైనది. అందువల్ల ఈ మాదిరి ఒక కోణం మరియు  కోణం యొక్క అర్థాన్ని, అల్ప, లంబ మరియు అధిక కోణాలుగా కోణ విభజన చేయడంతో పాటు అభ్యసన పురోగతిని మదింపు చేయడం కొరకు కొన్ని కార్యకలాపాలను సూచిస్తుంది.

**కీలక భావనలు :**

కోణం, కోణం యొక్క కొలత, కోణాల వర్గీకరణ, కోణాల పోలిక

**అభ్యసన ఫలితాలు :**

కోణం యొక్క భావనను శోధించడం

కోణాలను లంబకోణం, అల్పకోణం మరియు అధిక కోణంగా వర్గీకరించడం. ఈ అభ్యసన ఫలితాలను సాధించడం కొరకు విద్యార్థులను దాదాపు సమాన సంఖ్యలో బాలురు మరియు బాలికలు ఉండే సమూహాలుగా విభజించి ఉండాలి. సమూహాలు ఈ దిగువ కార్యకలాపాల్లో నిమగ్నం కావలెను.

## కృత్యం 1

- విభిన్న సమయాల్లో గడియారం యొక్క రెండు ముళ్ళను గమనించమని విద్యార్థులను అడగాలి మరియు రెండు ముళ్ళ మధ్య ఉండే కోణముల గురించి వివరించమనాలి.

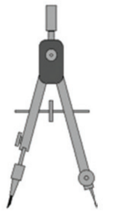
- గడియారంలోని ముళ్ళు, వాటిపై ఉండే సంఖ్యలను చేతులతో తాకి అనుభూతి పొందేందుకు అనుకూలంగా ఉండేలా చూసుకోవాలి.

SCERT TELANGANA

- గడియారం ముళ్ళ మధ్య ఏర్పడే కోణం, ప్రదర్శించబడ్డ అంకెలను గమనించి, వ్యక్తీకరించమని విద్యార్థులను అడగాలి. కోణాల కొలతలు మరియు వాటి మధ్య సంబందాలు ఇమిడి ఉండే అటువంటి మరిన్ని వస్తువులను విద్యార్థులు గుర్తించగలరా?
- వృత్తాకారంలో విద్యార్థులను కూర్చోబెట్టి, వారికి 1 నుంచి 12 వరకు విభిన్న సంఖ్యలు గల కార్డులను ఇవ్వాలి. వారి సంఖ్య ఆధారంగా కోణాన్ని అంచనా వేయడానికి ఆమె / అతడికి సహాయపడాలి.
- వృత్త కేంద్రాన్ని నిర్ణయించవచ్చు
- గడియారం యొక్క కేంద్రం నుండి వృత్తం యొక్క సరిహద్దును తాకేలా విద్యార్దులతో రెండు వరుసలను తయారు చేసి,వాటి మధ్య వివిధ కోణాలు ఏర్పడేలా వివిధ దిశలలో ఏర్పాటు చేయవచ్చు.
- కేంద్రం వద్ద, సరిహద్దు వద్ద ఉన్న విద్యార్థులు తమ స్థానం గురించి, వారు పట్టుకున్న కార్డు గురించి చెప్తూనే ఉంటారు.
- ఒకటి లేదా రెండు వరుసలను తిరిగి అమర్చడం ద్వారా కోణాన్ని మార్చవచ్చు.
- ప్రత్యేక సామర్థ్యాలు (Physically Challenged) గల విద్యార్థి, హద్దు లేదా గడియార ముల్లు భాగం అవుతాడు.

## కృత్యం 2

కత్తెరలు, వృత్తలేఖిని,విభాగిని మొదలైన వస్తువులను గమనించి, వాటి మధ్య ఏర్పడే కోణాలను వారి స్వంత మాటల్లో వివరించమని అభ్యాసకులను అడగాలి.



## కృత్యం 3

గదిలో ఒక తలుపును తెరవడం మరియు మూసివేయడం గమనించి, విభిన్న బిందువుల వద్ద తలుపు యొక్క చలనం సమయంలో చేసిన కోణాలను తమ స్వంత మాటల్లో వివరించమని అభ్యాసకులను అడగాలి. పిల్లలకు వస్తువులను తాకే అవకాశాలు కల్పించి, బిందువుల వద్ద ఏర్పడిన కోణాల గురించి ఆలోచింపచేయాలి.

SCERT TELANGANA

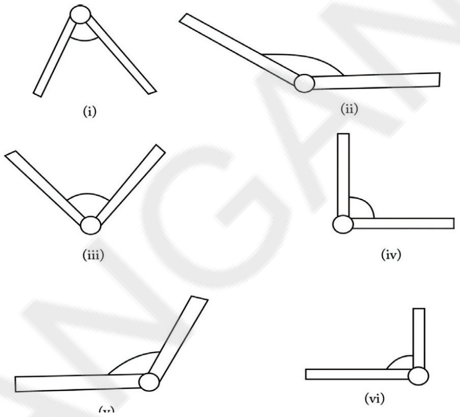
## కృత్యం 4

ఒక పెట్టె యొక్క మూత తెరవడం మరియు మూయడం చేసి, ఏర్పడే కోణాలను వారి స్వంత మాటల్లో వివరించమని అభ్యాసకులను అడగాలి.

కోణం యొక్క భావనను ఒక ఉమ్మడి తొలి బిందువు వద్ద రెండు కిరణాల వల్ల ఏర్పడే కోణము అనీ రెండు కిరణాలను కోణము యొక్క భుజాలు అంటారు అనీ,మరియు ఉమ్మడి తొలి బిందువు దాని శీర్షం అని వివరించవచ్చు.

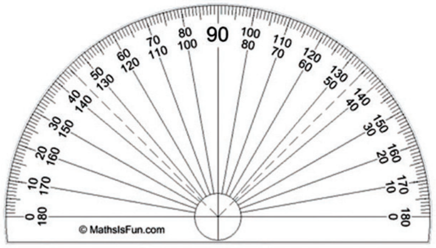
ఒక కోణానికి పేరు పెట్టేటప్పుడు, శీర్షం ఎప్పుడూ మధ్యలో ఉంటుందనీ, దాని భుజాలు కదులుతూ ఉంటాయని నొక్కి చెప్పవచ్చు.

## కృత్యం 5




- కొన్ని చెక్క / ప్లాస్టిక్ / చీపురు పుల్లలు మరియు కొన్ని ఏకరీతిలో కత్తిరించిన రబ్బరు ట్యూబ్ ముక్కలను తీసుకోమని అభ్యాసకులను అడగాలి.
- కోణాల కొలతలను వివరించడానికి, దిగువ చూపించిన విధంగా రబ్బర్ ట్యూబ్ ముక్కలను ఉపయోగించి అగ్గిపుల్ల ముక్కలను కలపమని వారిని అడగాలి వీటికి బదులుగా విద్యార్థులు ఒక కత్తెర లేదా విభాగిని కూడా ఉపయోగించవచ్చు.
- పై పుల్లల జతల మధ్య ఏర్పడే కోణాలను గమనించేందుకు అభ్యాసకులను ప్రోత్సహించాలి.
- (i) మరియు (ii) లేదా (ii) మరియు (iii) లేదా (iii) మరియు (iv) లేదా (iv) మరియు (v) లేదా (v) మరియు (vi) (ఏదైనా సమయంలో రెండింటిని తీసుకోవాలి), “ఏది ఎక్కువ తెరచివుంది “ లేదా “ఏది తక్కువ తెరచి ఉంది “అని నిర్ణయించడం సులభం అని వారు గమనించగలరు. అంటే జ్యామితీయ పరిభాషలో ఏ కోణం పెద్దది లేదా ఏ కోణం చిన్నది అనేది నిర్ణయించడం.
- ఇటువంటి కృత్యాలు అభ్యాసకులలో వివిధ కోణాలను కొలవడానికి ఒక అవసరాన్ని రేకెత్తిస్తాయి.
- ఈ కృత్యాన్ని దృష్టి లోపం గల విద్యార్థులచే కూడా చేయించవచ్చు.

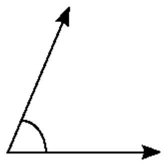
## కృత్యం 6

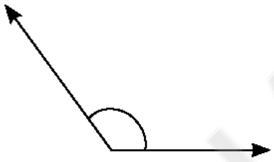


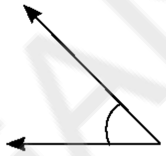

- జ్యామితీయ పెట్టె నుంచి ఒక కోణమానిని బయటకు తీసి దానిని అభ్యాసకులకు చూపించాలి. కోణమానిని పై గీతలు మరియు సంఖ్యలు ఉంటాయి, పిల్లలు వాటిపై వేళ్లు తిప్పుతూ చదువుతారు. సాధారణ కోణమానిని తాకినపుడు అది అర్ధ వృత్తాకారంగా ఉన్నట్లుగా అభ్యాసకులు అందరూ భావించేలా చేయాలి.

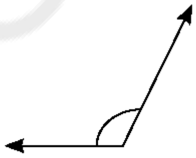
SCERT TELANGANA

- కోణమాని అంచున ఉన్న రెండు రకాల స్కేళ్లను ($0^\circ$ - $180^\circ$ మరియు $180^\circ$ - $0^\circ$) పరిశీలించమని అభ్యాసకులను అడగాలి.
- కోణమును "డిగ్రీలు" లో ('$^\circ$' లలో సూచిస్తాము) లెక్కిస్తారు. అదేవిధంగా కోణాలను కొలవడం కొరకు ఒక కోణమానిని ఏవిధంగా ఉపయోగించవచ్చో ప్రదర్శించి చూపాలి.
- ప్రక్కన ఇచ్చిన కోణాలను కొలవడం లేదా కొన్ని కోణాలు గీచి, వాటిని కొలవమని అభ్యాసకులను కోరాలి. పిల్లలకు ప్లాస్టిక్/ చెక్కపుల్లలను కలపడం ద్వారా ఏర్పడే కోణాలను కొలవడానికి కూడా ఏర్పాటు చేయాలి.
- అభ్యాసకులు ఈ రకమైన కోణాలను కొలిచేందుకు సహాయపడాలి. కోణమాని అంచున రెండు విధాలుగా కొలతలు ఇవ్వాల్సిన అవసరాన్ని మరియు ఉపయోగాన్ని అనుభవపూర్వకంగా గ్రహించేలా చూడాలి.


(i)


(ii)


(iii)

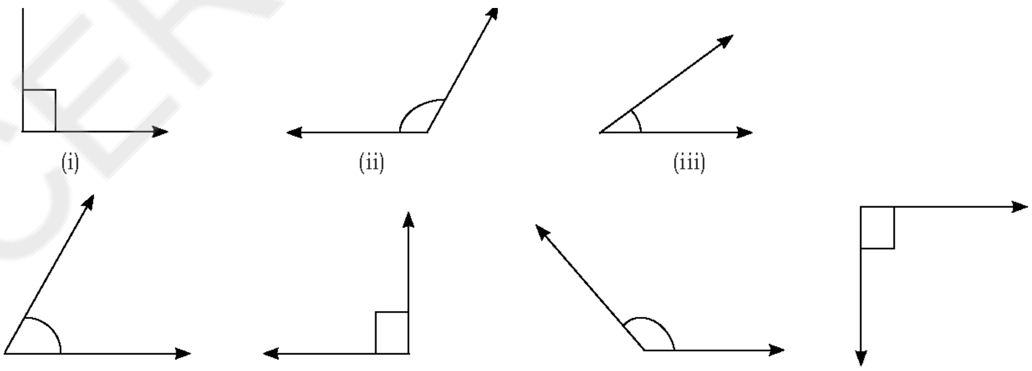

(iv)

## కృత్యం 7

- విద్యార్థులు తమ పుస్తకాలు, నోట్‌బుక్‌లు, గదులు మొదలైన వాటి యొక్క ప్రతి మూలలో ఏర్పడే కోణాలను గమనించి, ఒక కోణమానిని ఉపయోగించి ప్రతి సందర్భంలోనూ కోణాన్ని కొలవగలమా లేదా అని నిర్ణయించాలి. వారి పరిసరాల నుండి మరిన్ని అటువంటి వస్తువులను ఎంచుకోవడానికి మరియు చర్చించడానికి అనుమతించాలి. ఒక కోణమానిని ఉపయోగించి ప్రతి అంచు వద్ద కోణాన్ని కొలిచి, దానిని నమోదు చేయించాలి.
- $90^\circ$ కొలత కలిగిన కోణమునకు 'లంబకోణం' అనే పదాన్ని పరిచయం చేయాలి.

## కృత్యం 8

- విద్యార్థులను బాలురు మరియు బాలికలు గల నాలుగు లేదా ఐదు మిశ్రమ సమూహాలుగా విభజించాలి.
- దిగువ ఇచ్చిన కోణాల యొక్క సమూహాన్ని ప్రతి జట్టుకు ఇవ్వాలి. (పేపర్ లేదా కట్ అవుట్స్ మీద గీయవచ్చు)


(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi) (vii)

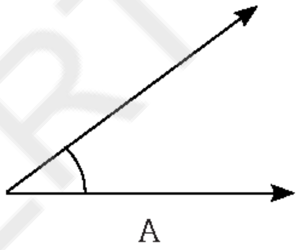
- ప్రతి జట్టు చేత కొణమానిని ఉపయోగించి కోణాలను కొలిపించి, ఛార్టుపేపర్ పై నమోదు చేయమని ప్రోత్సహించాలి.
- వాటి కొలతలు గమనించడం ద్వారా (i), (v) మరియు (vii)లలో గల కోణాలు లంబకోణాలని గమనించేలా చూడాలి.
- వారిని వీటిని కూడా పరిశీలింపచేయాలి (6వ తరగతి NCERT గణితం పాఠ్యపుస్తకములో చూపించిన విధంగా కాగితం ఉపయోగించి చేతితో తయారు చేసిన కోణమానిని ఉపయోగించి కూడా ఇది చేయవచ్చు).
- ఆ కోణాలలో (iii) మరియు (iv) లంబకోణం కంటే తక్కువ (చిన్నవి) మరియు $0^\circ$ కంటే ఎక్కువ (పెద్దవి); కోణాలు (ii) మరియు (vi) లంబకోణం కంటే ఎక్కువ (పెద్దవి) మరియు $180^\circ$ కంటే తక్కువ (చిన్నవి).
- కోణాలు (iii) మరియు (iv) లు అల్ప కోణాలుగాను, కోణాలు (ii) మరియు (vi) ను గురు (అధిక) కోణాలుగాను పేర్కొనాలని వివరించాలి.
- అభ్యాసకులు తరగతి I నుంచి VIII వరకు, (NCERT, న్యూఢిల్లీ ద్వారా తయారు చేయబడింది) గణితం కిట్ మరియు ప్రయోగ దీపికలో ఇవ్వబడ్డ కృత్యాలను కూడా నిర్వహించవచ్చు. దృష్టి లోపం గల విద్యార్థులు పై కార్యకలాపాలను చేయడం కొరకు ప్రత్యేకంగా రూపొందించబడ్డ పరికరాలు కలవు.

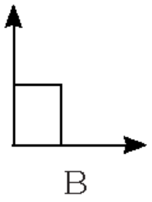
## మూల్యాంకనం - అపోహలు మరియు సహకార వ్యవస్థలు

## (Assessment - Misconceptions and Support Mechanisms)

### కోణాలను పోల్చడం *(Comparing the Angles)*

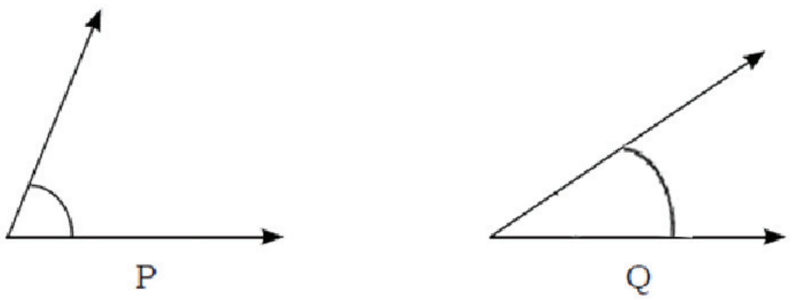
- విద్యార్థులు దిగువ పేర్కొన్న కోణాల జతలను పోల్చగలరు




- కోణం B కంటే కోణం A ఎక్కువగా ఉందని కొంతమంది అభ్యాసకులు చెప్పవచ్చు, ఎందుకంటే కోణం A యొక్క భుజాలు కోణం B భుజాల కంటే పొడవుగా ఉన్నాయి. ఒకవేళ అదే కనుక అయితే, భుజాల పొడవులను బట్టి కోణాలను పోల్చలేమని సూచించాలి. వాటిని తమ రెండు భుజాల మధ్య తెరచి ఉన్నదాని ప్రకారం పోలుస్తారు.

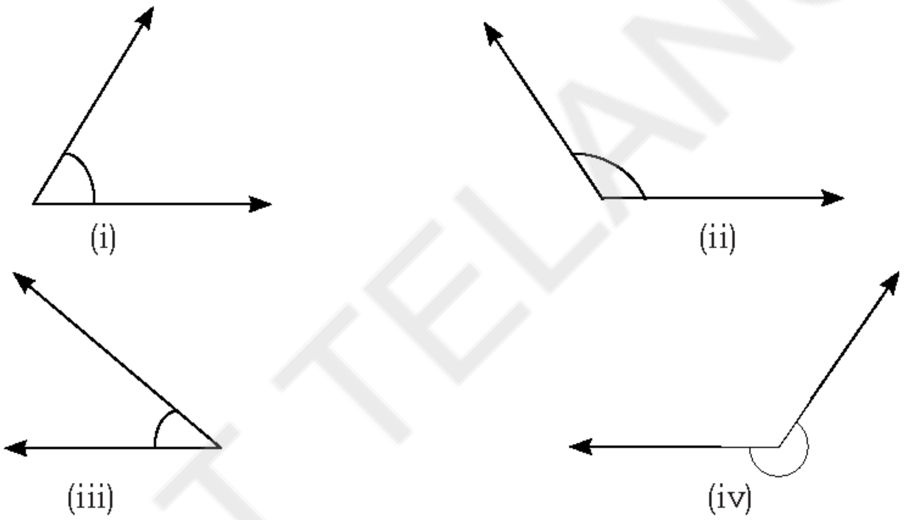
- ఇదేవిధంగా, దిగువ రకానికి చెందిన ఒక జత కోణాలను పోల్చమని అభ్యాసకులను అడగాలి




- కొందరు అభ్యాసకులు కోణం P కంటే కోణం Q ఎక్కువ అని చెప్పవచ్చు, ఎందుకంటే కోణం Q యొక్క చాపం  కోణం P యొక్క చాపం కంటే ఎక్కువ. ఇక్కడ, మళ్లీ చాపముల యొక్క పొడవుల ప్రకారం కోణాలను పోల్చలేమని సూచించవచ్చు. వాటిని తమ రెండు భుజాల మధ్య తెరచి ఉన్న దాని ప్రకారం పోల్చాలి.

**కోణాన్ని కొలవడం**

- దిగువ నున్న వివిధ రకాలైన కోణాలను కొలవమని విద్యార్థులను అడగాలి.



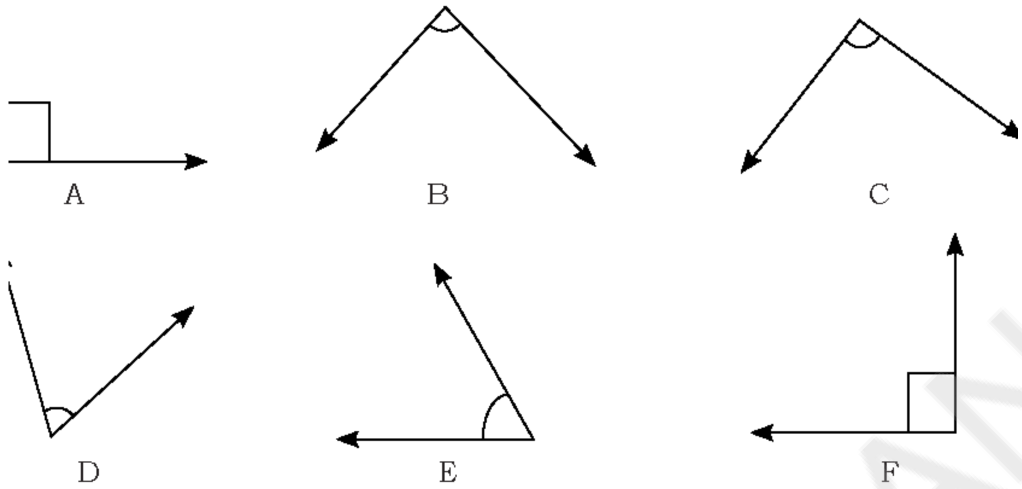

- కొంతమంది అభ్యాసకులు కోణము (iii)ను $30^\circ$కు బదులుగా $150^\circ$గా కొలవవచ్చు. ఇదేవిధంగా, కొంతమంది అభ్యాసకులు కోణం (iv)ను $120^\circ$కు బదులుగా $60^\circ$గా కొలువవచ్చు. ఒకవేళ అదే కనుక జరిగినట్లైతే, కోణమానిని  యొక్క అంచు మీద గల సరైన స్కేలు ఉపయోగించాలని అభ్యాసకులకు సూచించాలి.

- కొంతమంది అభ్యాసకులు పై కోణాన్ని, భుజం మీద ($0 - 180^\circ$ లేదా $180^\circ - 0$) లైన్ ఉంచడానికి బదులుగా కోణము భుజము మీద  కోణమానిని అంచును ఉంచడం ద్వారా కొలుస్తారు. ఒకవేళ అదే జరిగినట్లయితే కోణమానిని సరైన రీతిలో ఉంచమని అభ్యసకులకు సూచించాలి.

SCERT TELANGANA

**లంబ కోణము**

- దిగువ పేర్కొన్నవాటి లో లంబకోణాలను గుర్తించమని అభ్యాసకులను అడగాలి.




- కొంతమంది అభ్యాసకులు కేవలం కోణము A ని మాత్రమే లంబకోణంగా గుర్తించవచ్చు. అయితే ఈ విషయంలో కోణాలు A, C మరియు F లు లంబకోణాలు మరియు ఇతర కోణాలు లంబకోణములు కావు. అభ్యాసకులు కోణము C లేదా కోణము F ని లంబకోణంగా గుర్తించలేదని అర్థమైనది. దీనికి కారణం అభ్యాసకులకు ఎప్పుడూ ఒకేవిధమైన లంబకోణ నమూనా ప్రదర్శించి ఉండవచ్చు. ఫలితంగా వారు ఆ కోణానికి చెందిన ఇతర ప్రాతినిధ్యాలను గుర్తించడం లేదు. అందువల్ల, ఈ లోపాన్ని తొలగించడం కొరకు, ఉపాధ్యాయుడు లంబ కోణాలను మరియు ఇతర కోణాలను వివిధ దిశలలో/ విన్యాసాలలో (ఓరియెంటేషన్లలో) ప్రదర్శించాలి.

## ప్రాథమికోన్నత స్థాయి (Upper Primary Stage)

### దృష్టాంతం (Exempler)-III

**అభ్యసన ఫలితాలు**

- ఈ దృష్టాంతంలో భిన్నాల భాగహార భావనను ఒక పూర్ణ సంఖ్యతో అలాగే మరొక భిన్నం తో చేయడం చర్చిద్దాం.

  ఒక భిన్నంతో పూర్ణ సంఖ్యను భాగించడం

  ఈ క్రింది పరిస్థితులకు తగిన పరిష్కారం ఎలా దొరుకుతుందో చూద్దాం-

  2 బార్ చాక్లెట్లు ఉన్నాయి. ఒక్కో బార్ $\frac{1}{2}$ భాగంగా విరిగిపోయింది. ఒకో ముక్క ఒక్కో విద్యార్థికి ఇవ్వవలసి ఉంటుంది. ఎంతమంది విద్యార్థులకు చాక్లెట్ ముక్కలు వస్తాయి? చర్చ తరువాత విద్యార్థులు రెండు బార్ చాక్లెట్లను సగం ముక్కలుగా కనుగొనాల్సిన అవసరం ఉందనే అభిప్రాయానికి చేరుకుంటారు.

SCERT TELANGANA

తద్వారా $2\div\frac{1}{2}$ కనుగొనవలసి ఉంటుంది.

ఇంకా అటువంటి ముక్కల సంఖ్య '4' అని వారు కనుగొంటారు.

అంటే $2\div\frac{1}{2}=4$ అంటే, 4 విద్యార్థులకు ఒక్కొక్కరికి ఇలాంటి ముక్క వస్తుంది. ప్రతి చాక్లెట్ బార్ లో $\frac{1}{3}$ భాగమైతే ఏమవుతుంది? ఈ చర్చ $2\div\frac{1}{3}=6$ కి దారి తీస్తుంది. అదే క్రమంలో $2\div\frac{1}{4}=8$.

వీటిని $2\div\frac{1}{2}=4$, $2\div\frac{1}{3}=6$, $2\div\frac{1}{4}=8$ ...... గా రాయవచ్చు.

విద్యార్థులు దీనిలో ఏదైనా క్రమం/అమరిక గమనించారేమో అడిగి తెలుసుకోవాలి. అలా అయితే

$3\div\frac{1}{4}=?;\ 2\left(\frac{1}{2}\right)\div\frac{1}{3}=?$

విద్యార్థులు నమూనా గమనించి సోపాన క్రమాన్ని కనుగొనేందుకు ప్రేరణ కల్పించవచ్చు.

**పద సమస్య–** ఒక పాఠశాలలో 7వ తరగతిలో 5 సెక్షన్లు (sections) ఉన్నాయి. క్షేత్ర సందర్శనకు వెళ్లడం కొరకు, తరగతి ఉపాధ్యాయులు సంబంధిత సెక్షన్‌ను $\frac{5}{6}$ భాగాలుగా విభజించవలసి ఉంది. ప్రతి భాగానికి ఒక బస్సు అవసరం అయితే, క్షేత్ర సందర్శన కొరకు ఎన్ని బస్సులు అవసరం అవుతాయి?

**సాధన–** క్షేత్ర సందర్శనకు అవసరమైన బస్సుల సంఖ్య 5 విభాగాల్లో గల మొత్తం భాగాల సంఖ్యకు సమానం. దానిని కింది విధంగా వివరించవచ్చు.

$$5\div\frac{5}{6}=5\times\frac{6}{5}=6$$

అందువల్ల క్షేత్ర సందర్శనకు 6 బస్సులు అవసరం అవుతాయి.

## దృష్టాంతం (Exempler)-IV

**అభ్యసన ఫలితం**

విద్యార్థి రెండు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించును.

విద్యార్థి పూర్ణాంకాలు, వాటి సంకలన మరియు వ్యవకలనం గురించి తెలిసి ఉంటాడు.

SCERT TELANGANA

గుణకార భావన ఇపుడు పరిచయం చేయబడుతుంది. పూర్ణసంఖ్యల యొక్క గుణకార ప్రక్రియను విద్యార్థులు అర్థం చేసుకునేందుకు అవసరమైన నిర్దిష్ట కృత్యములను చేయడంలో నిమగ్నం చేయవలెను.

పిల్లలకు క్రమాల గురించి తగినంత అవగాహన ఉంది. ఇప్పటికే విద్యార్థులకు తెలిసిన క్రమాల ఆధారంగా, భావనలపై అనుగుణంగా కృత్యములను మనం ఆలోచించగలం. రెండు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క లబ్ధం భావనను రూపొందించడం కొరకు ఇది వారిని నిమగ్నం చేస్తుంది.

ఈ రకమైన లబ్దాలను పరిచయం చేయడం ప్రారంభిద్దాం,

ధన పూర్ణసంఖ్య x ఋణ పూర్ణసంఖ్య = ఋణ పూర్ణసంఖ్య

## కృత్యం 1

$2 \times (-3)$ సందర్భం చూద్దాం:

పిల్లలు తమ ప్రాథమిక తరగతుల్లో సహజ సంఖ్యల గుణకారం నేర్చుకుని ఉన్నారు. సంఖ్యలను కూడటం అనే భావనను అప్పట్లో ఉపయోగించారు.

ఉదాహరణకు $2 \times 3$ అంటే 3 ని రెండు సార్లు కూడతారు. అంటే, $3+3 = 6$. ఈ విధంగా ఈ ప్రక్రియను గుర్తుచేసుకోమని ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థులను కోరవచ్చు. $5 \times 4$, $6 \times 8$ మొదలైన మరికొన్ని ఉదాహరణలు చర్చించవచ్చు. విద్యార్థులకు సంఖ్యల సంకలనం గురించి బోధించిన తరువాత మాత్రమే ఇది ప్రవేశపెట్టాలి.

$2 \times (-3)$ ని కనుగొనడానికి ఇదే ప్రక్రియను ఉపయోగించవచ్చా అని విద్యార్థులను అడగవచ్చు. పూర్ణసంఖ్యల సంకలనం గురించి అవగాహన ఉంది. తగినంత చర్చ తరువాత తరగతి పూర్తి అవగాహనకు రావచ్చు.

అందువల్ల, $2 \times (-3) = (-3) + (-3) = -6$

ఈ చర్చ సందర్భంగా ప్రాథమిక తరగతుల్లో చదివిన సంఖ్యల గుణకార భావనను విద్యార్థులు అనుసంధానం చేయగలరో లేదో గమనించవచ్చు. దీనిని చేయడం ఎలా అనే దానిపై ఈ చర్చ దృష్టి పెట్టాలి.

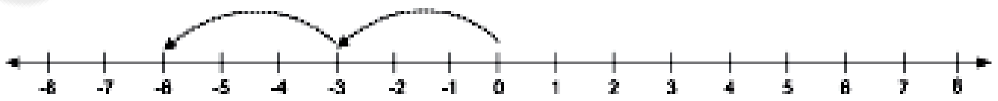
అదేరకమైన ఉదాహరణలను ధన పూర్ణసంఖ్య మరియు రుణ పూర్ణసంఖ్య యొక్క లబ్ధం గురించిన జ్ఞానం కొరకు ఇవ్వవచ్చు.

మరో విధమైన పద్ధతి ఈ దిగువ పేర్కొన్న కృత్యంలో చూపిన విధంగా ఉంటుంది

## కృత్యం 2

$-3$ ను రెండు సార్లు కూడే ఆలోచనను కూడా సంఖ్యారేఖపై చూపించవచ్చు.

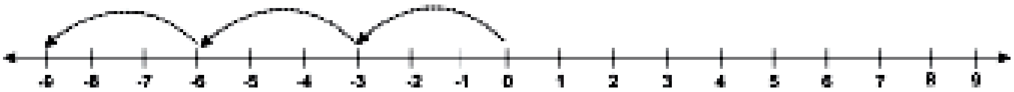
$-3 \times 2$



SCERT TELANGANA

ఋణ దిశలో 3 యొక్క రెండు జంప్‌లు అంటే (- 3) + (-3) అది -6కు తీసుకు వెళ్తుంది.

- 3 × 3




(- 3) + (- 3) + (- 3) అంటే మూడు జంప్‌లు ఋణ దిశ వైపుకు ఉంటాయి. మనం -9 ని చేరతాము.

పూర్ణసంఖ్యల యొక్క ఈ దృశ్య ప్రాతినిధ్యం విద్యార్థుల దృష్టిని ఆకర్షిస్తుంది మరియు వారు లబ్దాలను కనుగొనడమే కాకుండా, ఫలితము యొక్క గుర్తుకు కూడా భాష్యం చెబుతారు. విద్యార్థులు తమ పరిశీలనలు వెళ్ళడించడానికి ప్రేరణ ఇవ్వవలెను. అటువంటి లబ్దములకు విభిన్న ఉదాహరణలు తీసుకొనవలెను. ఒకే భావనను పొందడానికి విభిన్న మార్గాలను అనుసరించేలా విద్యార్థులు పలు కృత్యాలలో పాల్గొనేలా చూడాలి.

## కృత్యం 3

ఒకే ఫలితం వచ్చే విధంగా వివిధ నమూనాలను ఉపయోగించవచ్చు.

-3 × 2 పొందడం కొరకు 3 × 2తో ప్రారంభిద్దాం,

ఇది బాగా తెలిసిన విధము

$3 \times 2 = 6$ ——— (1)

$2 \times 2 = 4$ ——— (2)

$1 \times 2 = 2$ ——— (3)

$0 \times 2 = 0$ ——— (4)

6, 4, 2, 0 లబ్దములను పొందడంలో ఏదైనా నమూనా రూపొందుతున్నదా లేదా అని చూడటం కొరకు ఒక చర్చను నిర్వహించవచ్చు.

సోపానం (2) : $4 = 6 - 2$; అనే వాస్తవంలో ఇది స్థిరపడవచ్చు.

సోపానం (3) : $2 = 4 - 2$;

సోపానం (4) : $0 = 2 - 2$

ప్రతి వరసలోను ఫలితం నుంచి 2 తీసివేశారని తెలుస్తుంది. అందువల్ల ఈ తర్కాన్ని (లాజిక్) ముందుకు కొనసాగిస్తాం,

$-1 \times 2 = 0 - 2 = -2$

$-2 \times 2 = (-2) - 2 = -4$

$-3 \times 2 = (-4) - 2 = -6$

అందువల్ల చివరికి $(-3) \times 2 = -6$ పొందుతాము.

SCERT TELANGANA

ఈ విధానం ఉపయోగించి అటువంటి లబ్ధాలను మరిన్ని సంఖ్యతో నిర్వహించవచ్చు.

ఇప్పుడు (ఋణ పూర్ణాంకం) × (ఋణ పూర్ణాంకం) అనే సందర్భం తీసుకుందాం.

ఇంతకు ముందు కృత్యాల్లో ఉపయోగించిన విధానాన్ని ఇక్కడ కూడా ఉపయోగించవచ్చా లేదా అని చర్చించాలి.

ఈ నమూనాల ప్రక్రియను చివరగా ఆలోచించవచ్చు

$(-3)\times(-2)$ లబ్ధమును తీసుకుందాం.

## కృత్యం 4

$(-3) \times 3 = -9$ ... (1)తో ప్రారంభిద్దాం.

ఇది ఇంతకు ముందు కృత్యాల్లో చేసిన విషయం విద్యార్థులకు తెలిసిందే.

$(-3) \times 2 = -6$ ...(2)

$(-3) \times 1 = -3$ ...(3)

$(-3) \times 0 = 0$ ...(4)

పొందిన లబ్ధాలలో సరళిని గమనించమని విద్యార్థులను అడగండి. ఇక్కడ మీరు ఒక ఋణ పూర్ణాంకం మరియు ఒక ధన పూర్ణాంకం యొక్క లబ్ధం మరియు ఈ ప్రక్రియకు గురించి విద్యార్థులు అర్థం చేసుకున్నారా లేదా అనే దానిని, ఇంతకు ముందు చేసిన ప్రక్రియ ఇక్కడ వర్తింపచేయగలరా లేదా అనే దానిని మీరు మదింపు చేయవచ్చు. అన్నింటిని మించి, విద్యార్థులు లబ్ధముల యొక్క సరళిని గమనించగాలుగుతున్నారా మరియు దానిని ఇంకా ఎలా పొడిగించగలరో కూడా ఉపాధ్యాయుడు చూడవచ్చు.

ఇది చూసి ఉండవచ్చు,

సోపానం (2)లో, $-6 = (-9)+ 3$;

సోపానం (3)లో, $-3 = (-6)+ 3$;

సోపానం (4)లో, $0 = (-3)+ 3$.

ఈ నమూనాను పరిశీలించిన తరువాత, దానిని ఈ విధంగా కొనసాగించవచ్చు;

$(-3) \times (-1) = 0 + 3 = 3$

$(-3) \times (-2) = 3 + 3 = 6$

చివరికి $(-3 \times (-2) = 6$ పొందవచ్చు.

విద్యార్థులు చేయడానికి మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వవచ్చు. విద్యార్థులు కూడా ఉదాహరణలు సృష్టించి ఒకరికొకరు ఇచ్చేలా ప్రోత్సహించాలి.

విద్యార్థులను పూర్ణసంఖ్య రకం గురించి అడగవచ్చు (అంటే, ధన లేదా ఋణ) వారు చర్చించిన రెండు రకాల లబ్ధాలలో ఇవి లభిస్తాయి. విద్యార్థుల చేసిన పరిశీలనను మదింపు చేయాలి.



SCERT TELANGANA

దిగువ పేర్కొన్నవాటి గురించి విద్యార్థులను అడగడం ద్వారా దీనిని మరింత అనుబంధీకరించవచ్చు.

లబ్ద పూర్ణసంఖ్య యొక్క గుర్తు ఏమిటి?

(-1) × (-1); (-1) × (-1) × (-1); (-1) × (-1) × (-1) × (-1);

(-1) × (-1) × (-1) × (-1) × (-1);

(-1) × (-1) × (-1) × (-1) ×(-1) × (-1), (-2) × (-3) (-5) ...........

రెండు పూర్ణసంఖ్యల యొక్క లబ్దం ప్రవేశపెట్టిన తరువాత, విద్యార్థులు అటువంటి లబ్దాలను గణనలకు ఉపయోగించవలసిన అవసరం ఉంది. కేవలం రెండు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించడానికి సమస్యలు ఇవ్వడానికి బదులుగా, అనేక సార్లు పూర్ణసంఖ్యలను గుణించడం అవసరం అయ్యే ఒక ఆట ఇవ్వవచ్చు.

**ఆట**

ఆటలు ఉత్కంఠ, ఆనందం, భంగపాటు, సరదా అనే భావాన్ని ఇవ్వగలవు. గణితశాస్త్రంలో ఆటలను వాడడం వల్ల గణితంపట్ల మెరుగైన దృక్పథం ఏర్పడుతుంది. పిల్లల సమస్యా పరిష్కార సామర్థ్యాల అభివృద్ధికి తోడ్పాటు అందిస్తుంది. గణిత క్రీడలు ఆడేటప్పుడు జరిగే గణిత చర్చలు గణిత అవగాహన అభివృద్ధికి తోడ్పడతాయి.

7వ తరగతి గణితం పాఠ్యపుస్తకంలోని 12వ పేజీలో గల ఆట 1 చూడండి.

ఒక పెద్ద కాగితంపై 11 చిన్న పెట్టెలు 19 వరుసలు మరియు 11 నిలువు వరుసలలో గీశారు (పాములు మరియు నిచ్చెనలు లేదా చదరంగం ఆట లాంటిది). 1 నుండి 104 వరకు మరియు –1 నుండి –104 వరకు గల సంఖ్యలు వాటిలో రాసి ఉంటాయి.

- రెండు నీలం, రెండు ఎరుపు రంగు పాచికలు ఉన్న ఒక సంచి తీసుకోండి. ఒక రంగు పాచిక మీద చుక్కల సంఖ్య ధనపూర్ణ సంఖ్యలు మరియు వేరే రంగు పాచిక మీద చుక్కల సంఖ్య ఋణపూర్ణ సంఖ్యలకు ప్రాతినిధ్యం వహిస్తాయి. ఈ విషయం నిర్ణయించుకోవడానికి విద్యార్థుల్ని అనుమతించవచ్చు. ప్రసుత సందర్భంలో ఎరుపు రంగు పాచికలు పై చుక్కలు ధన పూర్ణసంఖ్యలు మరియు వేరే రంగు పాచికపై చుక్కలు ఋణ పూర్ణసంఖ్యలను సూచించును.
- తరగతిని విభిన్న సమూహాలుగా విభజించండి. విద్యార్థుల సాయంతో జట్టు పరిమాణం నిర్ణయించుకోవచ్చు. ప్రతి జట్టులోని విద్యార్థులు ఆట ఆడతారు. జట్టు పరిమాణం 4 అయితే...
- ప్రతి ఆటగాడు కూడా 0 మార్క్‌పై అతడి/ ఆమెకు చెందిన ఒక బిళ్ళ/ ఏదైనా వస్తువును ఉంచాలి.
- ప్రతి ఆటగాడు సంచిలో పాచికల మీద బాగా కలిపి, చూడకుండా రెండు పాచికలు బయటకు తీస్తాడు. పాచికలు ఒకే రంగులో లేదా విభిన్న రంగుల్లో ఉండవచ్చు.
- ఆటగాడు బయటకు తీసిన పాచికల మీద గల సంఖ్యలను గుణించాలి.
- ఒకవేళ పాచికలు ఒకే రంగులో ఉన్నట్లయితే, సంఖ్యల యొక్క లబ్ధం ధనాత్మకం, లేనిపక్షంలో అది ఋణాత్మకం అవుతుంది.

SCERT TELANGANA

- ఒకవేళ లబ్దం ధనాత్మకం అయితే, ఆటగాడు తన 'బిళ్ళ' (counter)ను 104 వైపుకు కదిలించాలి. ఒకవేళ ఋణాత్మకం అయితే 'బిళ్ళ' (counter)ను −104 వైపుకు కదిలించాలి.
- 104 గాని, −104 గాని ముందు చేరే వాడు విజేత.

ఈ ఆట ఆడేటప్పుడు విద్యార్థులు పూర్ణసంఖ్యలను గుణకారం అనేకసార్లు చేయడం మరియు తమ సమూహంలో ఇతరులను గమనించడం చేస్తారు. పూర్ణసంఖ్యల గుణకారమునకు సంబంధించిన వాస్తవాలు కూడా విద్యార్థులకు సుపరిచితం అవుతాయి.

ఉపాధ్యాయునిగా మీ విద్యార్థులు పూర్ణసంఖ్యల గుణకారం సరిగా చేయగలుగుతున్నారా లేదా అని తెలుసుకోవడానికి మీకు అవకాశం లభిస్తుంది.

## దృష్టాంతం (Exempler)-V

### అభ్యసన ఫలితాలు

దీర్ఘఘనాకార వస్తువుల ఉపరితల వైశాల్యం కనుగొంటారు.

దీర్ఘఘనాకార వస్తువుల ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొంటారు.

### అభ్యసన లక్ష్యాలు

ఈ కృత్యం పూర్తి చేసిన తరువాత విద్యార్థులు –

సమఘనం మరియు దీర్ఘఘనములను ఏర్పరుస్తారు మరియు వాటి ఉపరితల వైశాల్యం కొరకు సూత్రములను రాబడుతారు.

దీర్ఘఘనము యొక్క ఘనపరిమాణాన్ని కనుగొనడం కొరకు ఒక సూత్రాన్ని రాబడుతారు.

## కృత్యం 1

### కావలసిన వస్తువులు

కార్డ్ బోర్డ్, రూలర్, కట్టర్, సెల్లో టేప్, స్కెచ్ పెన్/పెన్సిల్, వైట్ పేపర్, చార్ట్ పేపర్.

### విధానం

విద్యార్థులను ప్రతి జట్టులో నలుగురు ఉండేలా జట్లుగా విభజించవచ్చు. విద్యార్థులకు కార్డ్ బోర్డ్, రూలర్, కట్టర్, సెల్లో టేప్, స్కెచ్ పెన్/పెన్సిల్, వైట్ పేపర్, చార్ట్ పేపర్ మొదలైనవి ఇవ్వాలి. ప్రతి భుజం కొలత $a$ ప్రమాణాలు గల ఆరు సమాన చతురస్రాలు ఇమిడి ఉండే ఆకారాన్ని తయారు చేయడానికి విద్యార్థులను ప్రోత్సహించాలి. పటం 1 లో చూపించిన విధంగా ఘనవస్తువు ఏర్పడేందుకు లైన్ల మార్కింగ్ వెంబడి చతురస్రాలను మడవండి (పటం 2)



SCERT TELANGANA

## చర్చ / ప్రదర్శన

పటం 2లో ఏ రకమైన వస్తువు లభించిందో చర్చించవచ్చు. అది ఒక సమఘనం. విద్యార్థులు అది ఎందుకు సమఘనముగా ఏర్పడిందో చెప్పవచ్చు. ఇది ఒక సమఘనం యొక్క లక్షణాల గురించి విద్యార్థులకు తెలుసో లేదో చూడటానికి ఉపాధ్యాయునికి ఒక అవకాశం ఇస్తుంది. సమఘనం యొక్క ప్రతి ముఖం కూడా భుజం '$a$' ప్రమాణాలు గల ఒక చతురస్రంగా ఉంటుంది. అందువల్ల, సమఘనం యొక్క ఒక ముఖ వైశాల్యం $a^2$ చ.ప్ర.

ఒక సమఘనం యొక్క మొత్తం ఉపరితలముల సంఖ్య 6.

అందువల్ల సమఘనం యొక్క మొత్తం ఉపరితల వైశాల్యము $6a^2$ చ.ప్ర.

### కృత్యం 2

## చర్చ

ఒక దీర్ఘఘనకార వస్తువుకు ఎన్ని భుజాలు ఉంటాయి?

విద్యార్థులు, వారి పరిసరాల్లో ఉన్న ఎరేసర్, పెట్టె, గది మొదలైన విభిన్న ఆకారాలను పరిశీలించి, చర్చించిన తరువాత, పై ప్రశ్నకు సమాధానం ఇస్తారు. ఒక దీర్ఘ ఘనానికి సంబంధించిన జ్ఞానాన్ని విద్యార్థులు ఎంత మేరకు నేర్చుకున్నారో కూడా ఉపాధ్యాయునికి తెలుస్తుంది.

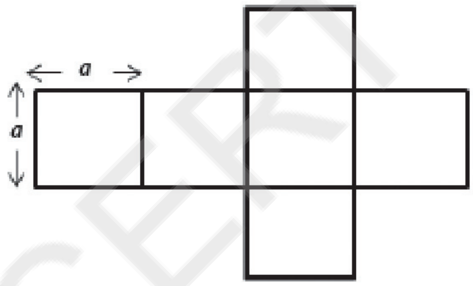
a, b మరియు c భుజాలు కలిగిన దిగువ దీర్ఘఘనం పరిశీలించండి;

విద్యార్థులు 2D ఆకారాల వైశాల్యాలను గురించి నేర్చుకున్నారు.

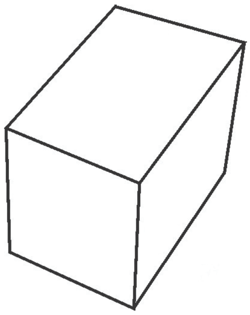
దీర్ఘఘన ప్రతి ముఖం యొక్క ఆకారం ఏమిటో చెప్పమని వారిని అడగాలి.

అన్ని ముఖాలు ఒకే ఆకారంలో ఉన్నాయా?

వీటిలో ఏవి ఒకే విధంగా ఉన్నాయి, ఏవేవి ఒకే విధంగా లేవు?




పటం-1



పటం-2

అపుడు, వారు ఇచ్చిన కొలతలతో గల ప్రస్తుత 3D ఆకారం గురించి మాట్లాడాలి.

దీర్ఘ ఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం గురించి తెలుసుకోవడానికి తగినంత సమయం ఇచ్చి చర్చ నిర్వహించాలి.

SCERT TELANGANA

అది దాని అన్ని ముఖాల యొక్క వైశాల్యాల మొత్తం అని విద్యార్థులు అర్థం చేసుకోవాలి.

a & b ప్రమాణాలు భుజాలు గల ముందు/వెనుక ముఖం వైశాల్యం = ab

ముందు మరియు వెనుక ముఖాల మొత్తం వైశాల్యం = ab + ab = 2ab

b & c ప్రమాణాలు భుజాలు గల ముఖాల మొత్తం వైశాల్యం =bc + bc = 2bc

a & c ప్రమాణాలు భుజాలు గల ముఖాల మొత్తం వైశాల్యం = ac + ac = 2ac

మొత్తం ఉపరితల వైశాల్యం = 2ab + 2bc + 2ac = 2 (ab + bc + ac)

ఒకవేళ $a = b = c$ అయిన, ఉపరితలం వైశాల్యం $= 2a^2+2a^2+2a^2=6a^2$

## కృత్యం 3

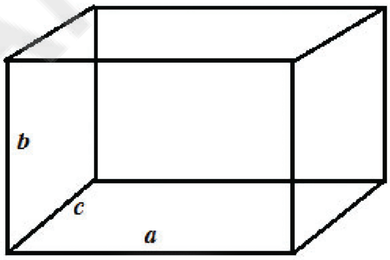
### కావలసిన వస్తువులు

ఒక దీర్ఘ ఘన వల రూపం, ప్లాస్టిక్/మట్టి, కట్టర్,రూలర్, అట్టపెట్టె.

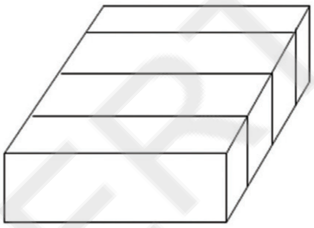
### విధానం

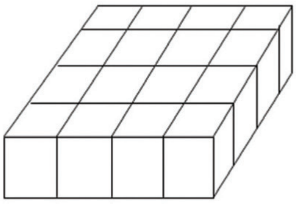
పొడవు $l$, వెడల్పు b మరియు ఎత్తు h ($1 = 4, b = 4, h = 3$) గల ఒక దీర్ఘఘనం యొక్క వల తీసుకోండి. (పటం3)

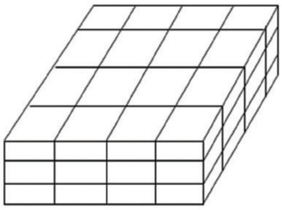
- దానిని తెరచిన దీర్ఘఘనం ఏర్పడేట్లు మడవండి.
- ఈ దీర్ఘఘనాన్ని మట్టి / ప్లాస్టిసిన్‌తో నింపి వల తొలగించండి.
- దీర్ఘఘనాన్ని అట్టపెట్టెలో ఉంచి దాని పొడవు $l$ వెంబడి నాలుగు సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలి. (పటం4)



పటం3


పటం4


పటం5


పటం6

- దీర్ఘఘనాన్ని దాని వెడల్పు b వెంబడి నాలుగు సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలి(పటం 5)

దీర్ఘఘనాన్ని దాని ఎత్తు h వెంబడి మూడు సమాన ముక్కలుగా కత్తిరించాలి(పటం 6)

SCERT TELANGANA

## చర్చ

దీర్ఘఘనం ఒక ప్రమాణం భుజంగాగల సమ ఘనాలుగా విభజించబడింది.

అలా ఏర్పడిన ప్రమాణ సమఘనాల సంఖ్య 48.

దీనిని $4 \times 4 \times 3$ గా వ్యక్తీకరించవచ్చు.

$1 \times 1 \times 1$ కొలతలు కలిగిన సమఘనం యొక్క ఘనపరిమాణం గురించి విద్యార్థులు తెలియజేయాలి. దీర్ఘ ఘన ఘనపరిమాణం $= 4 \times 4 \times 3$ ఘన ప్రమాణాలు. అంటే, $l \times b \times h$

ఇదేవిధంగా, విద్యార్థులను 2, 4, 4 ప్రమాణాలు; 3, 4, 5 ప్రమాణాలు గల వివిధ కొలతలు కలిగిన దీర్ఘఘనాలను ఏర్పాటు చేయమని కోరాలి.

ఈ కృత్యాన్ని దీర్ఘ ఘన ఘనపరిమాణం $l \times b \times h$ అనే సూత్రం ఉత్పాదించడానికి ఉపయోగించవచ్చు.

చర్చ సమయంలో విద్యార్థులు సాధారణీకరించబడ్డ సూత్రమును ఏవిధంగా రాబట్టారు అనే విషయాన్ని ఉపాధ్యాయులు గమనించాలి.

SCERT TELANGANA